Università degli Studi di Napoli Federico II
Accademia Aeronautica

Laurea in
Gestione dei Sistemi Aerospaziali per la Difesa
(GESAD)

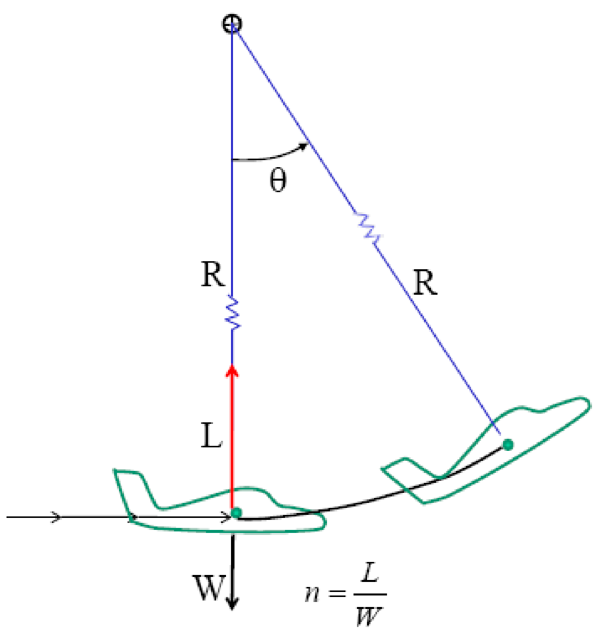
Corso di
MECCANICA DEL VOLO

Virata – Decollo – Atterraggio

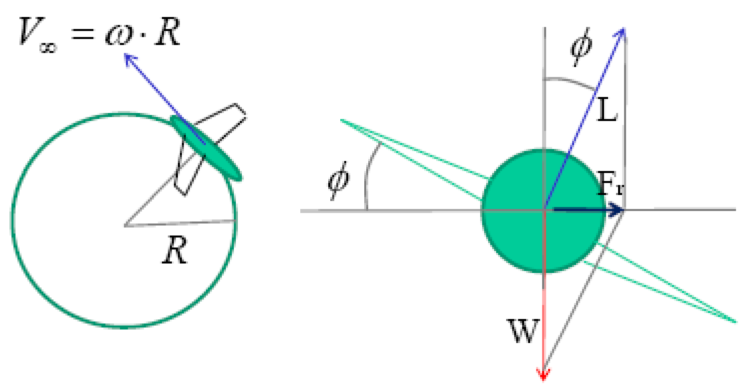
Prof. A. De Marco

VOLO MANOVRATO

Il Volo manovrato si riferisce a condizioni di volo in presenza di accelerazioni.
In particolare coinvolge condizioni di equilibrio in cui è presente una accelerazione, molto spesso accelerazione centripeta connessa a traiettorie di volo curvilinee.
Tali manovre vengono chiaramente provocate dal pilota attraverso azione sui comandi.
In tali condizioni la portanza aerodinamica non è più perfettamente uguale al peso del velivolo, ma è maggiore o minore di esso. Si può definire il fattore di carico, come il rapporto tra la portanza ed il peso. Tale fattore rappresenta di fatto l’accelerazione agente sul velivolo secondo un’asse praticamente perpendicolare alla traiettoria (e quindi al piano alare, se la velocità V è parallela all’asse del velivolo). Sarà quindi anche l’accelerazione percepita dal pilota.



Manovra di richiamata (*pull-up*)



Manovra di virata (*turn*)

Si introduce il Fattore di carico n

$$n \equiv \frac{L}{W}$$

VOLO MANOVRATO

VIRATA stabilizzata

$$V_\infty = \omega \cdot R$$

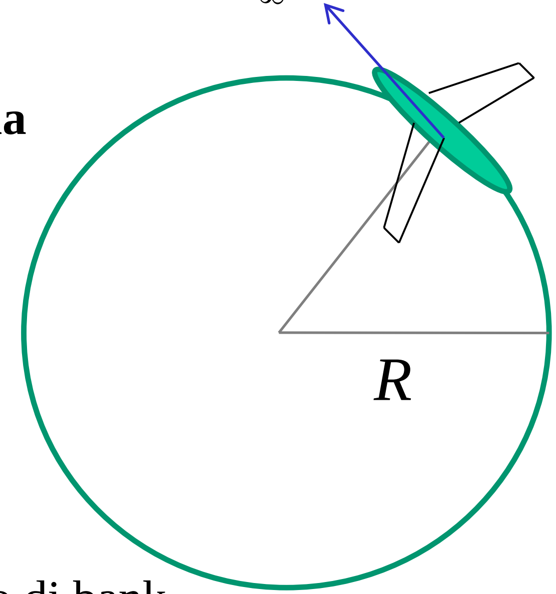
Equilibrio asse verticale

$$L\cos\phi = W$$

Forza risultante

$$F_r = \sqrt{L^2 - W^2}$$

Traiettoria circolare raggio R



Ma la forza Fr deve eguagliare la forza centripeta

$$F_r = m\frac{V_\infty^2}{R} = \frac{W}{g}\frac{V_\infty^2}{R}$$

$$n \equiv \frac{L}{W}$$

Si introduce il Fattore di carico n

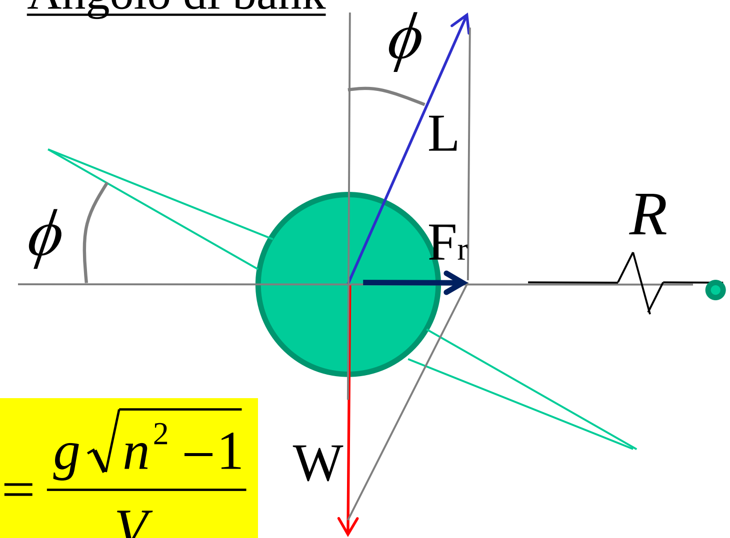
$$\phi = a\cos\left(\frac{W}{L}\right) = a\cos\left(\frac{1}{n}\right)$$

$$\phi = 30° \Rightarrow \mathrm{n} = 1.15$$

$$\phi = 45° \Rightarrow \mathrm{n} = 1.41$$

$$\phi = 60° \Rightarrow \mathrm{n} = 2$$

Angolo di bank



Eguagliando la forza centripeta e l'espressione in funzione del fattore di carico n

$$F_r = W\sqrt{n^2 - 1} = \frac{W}{g}\frac{V_\infty^2}{R}$$

$$R = \frac{V_\infty^2}{g\sqrt{n^2 - 1}}$$

Il raggio di virata ed il rateo di virata (vel. angolare) dipendono dalla velocità e da n.

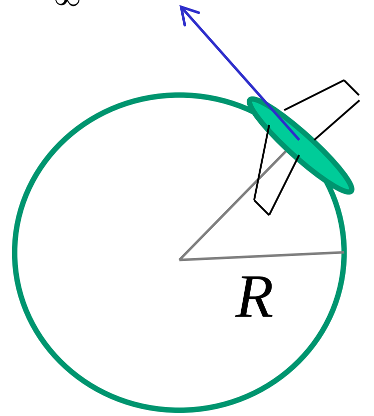
$$\omega = \frac{V_\infty}{R} = \frac{g\sqrt{n^2 - 1}}{V_\infty}$$

N.B. **La virata è intesa a quota costante e senza accelerazione lungo la traiettoria.**

<u>Stabilizzata</u> è relativo al fatto che R ed omega sono intesi costanti.

VOLO MANOVRATO VIRATA

$$V_\infty = \omega \cdot R$$



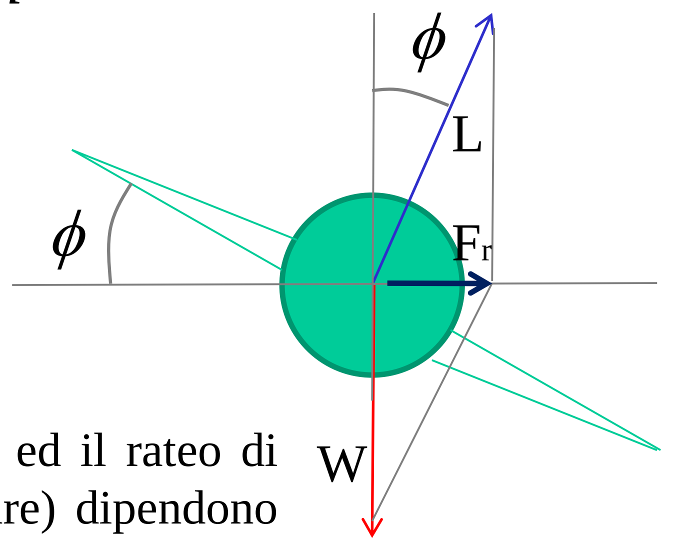
$$R = \frac{V_\infty^2}{g\sqrt{n^2-1}} \qquad \omega = \frac{V_\infty}{R} = \frac{g\sqrt{n^2-1}}{V_\infty}$$

Essendo, per l'equilibrio $L\cos\phi = W$

$$\frac{1}{2}\rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C_L \cdot \cos\phi = W \qquad \cos\phi = \frac{W}{L} = \frac{1}{n}$$

$$V_{turn} = \sqrt{\frac{2}{\rho}\frac{n \cdot W}{S}\frac{1}{C_L}}$$

Velocità di equilibrio (quota costante) in virata



Sostituendo l'espressione di V si ricavano le espressioni di R e di omega:

$$R = \frac{2}{\rho}\frac{W}{S}\frac{1}{C_L}\frac{n}{g\sqrt{n^2-1}}$$

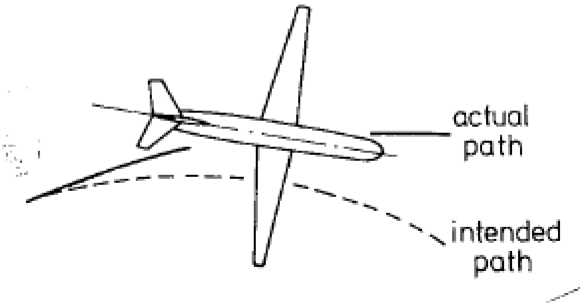
Raggio di virata

$$\omega = \frac{V}{R} = \sqrt{\frac{\rho}{2}\frac{C_L}{(W/S)}} \cdot \frac{g\sqrt{n^2-1}}{n}$$

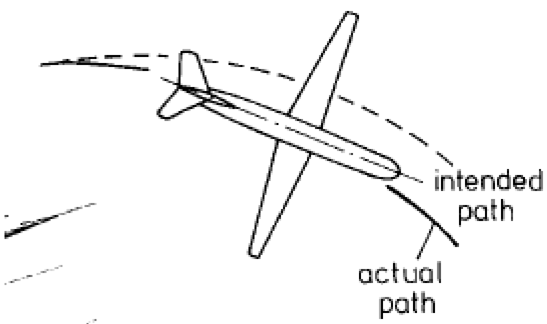
Il raggio di virata ed il rateo di virata (vel. angolare) dipendono dal fattore di carico (angolo bank), dall'assetto, dal carico alare (dato progetto) e dalla quota.

VOLO MANOVRATO VIRATA

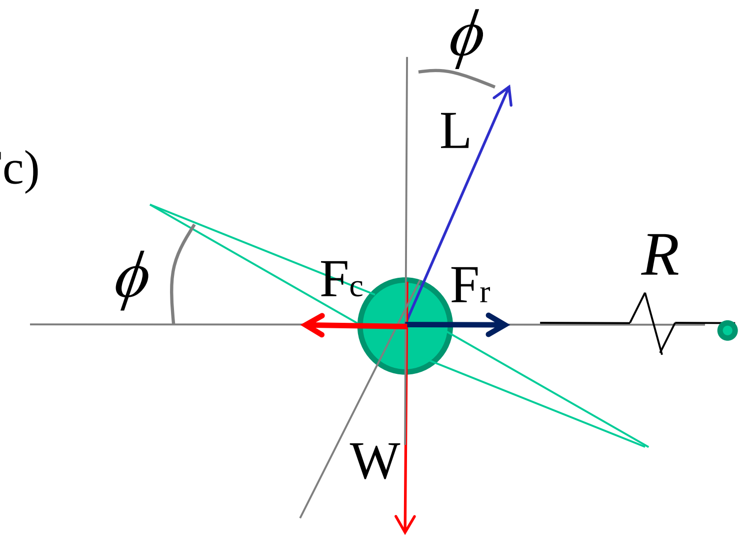
Se non c'è perfetto equilibrio tra la traiettoria impostata e l'inclinazione (ed il conseguente fattore di carico) si ha una virata non corretta.
Se l'angolo di bank è troppo piccolo, si ha una virata con forza centrifuga non bilanciata a sufficienza ed il velivolo tende ad uscire fuori della traiettoria.



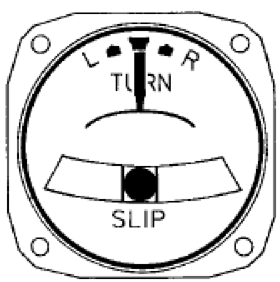
angolo di bank troppo piccolo
(il velivolo scivola fuori perché Fr<Fc)



angolo di bank troppo grande
(il velivolo entra perché Fr>Fc)



Turn and slip Indicator

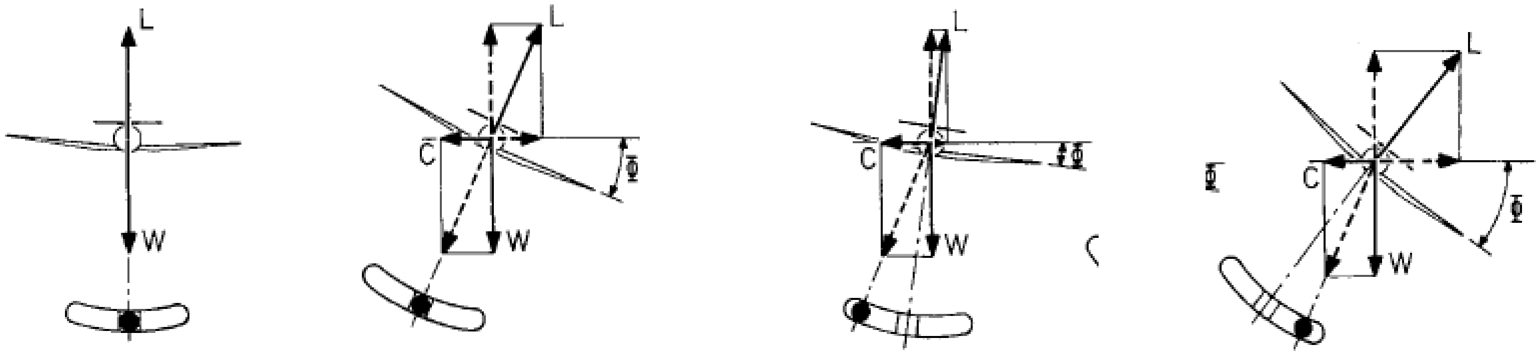


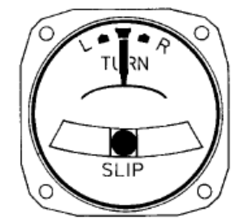
VOLO MANOVRATO VIRATA

Una virata in equilibrio viene detta corretta (*coordinated turn*).

Il virosbandometro è uno strumento che il pilota ha sul cockpit e che consente al pilota di valutare la tipologia di virata e di impostare una virata corretta.

Lo strumento si basa su di una pallina che scorre in un condotto circolare (con liquido). La pallina sarà al centro se non c'è accelerazione residua e cioè la risultante delle forze in gioco è perpendicolare al piano alare (e quindi allo strumento che si inclina insieme al velivolo).



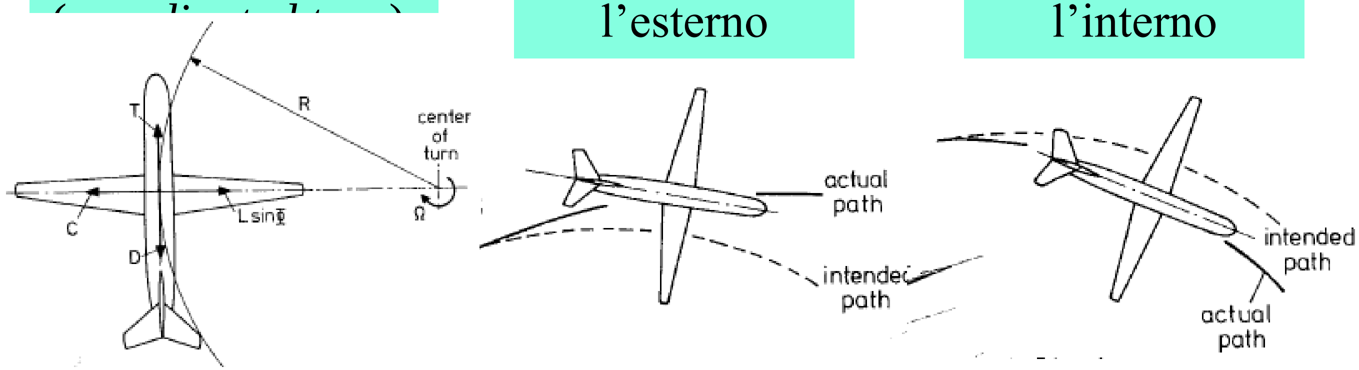


volo simmetrico

Virata corretta

scivolata verso l'esterno

scivolata verso l'interno



VOLO MANOVRATO

VIRATA (corretta)

Equilibrio asse verticale

$$L\cos\phi = W$$

Forza risultante

$$F_r = \sqrt{L^2 - W^2}$$

$$n \equiv \frac{L}{W}$$

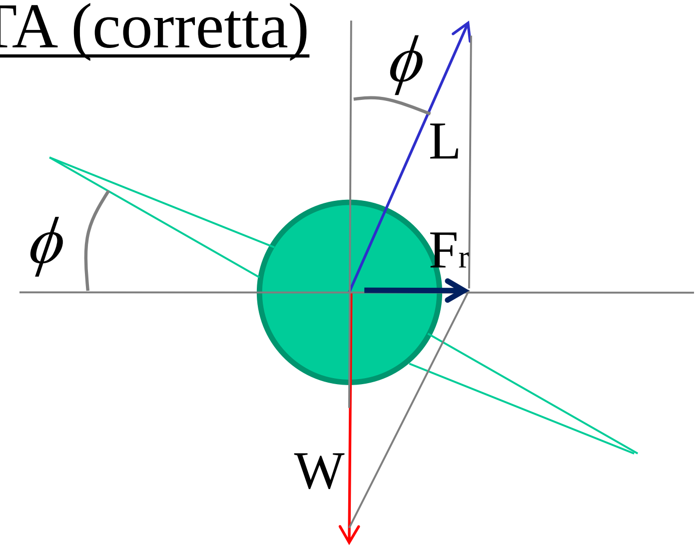
Fattore di carico

$$\phi = a\cos\left(\frac{1}{n}\right)$$

$$\phi = 30° \Rightarrow \mathrm{n} = 1.15$$

$$\phi = 45° \Rightarrow \mathrm{n} = 1.41$$

$$\phi = 60° \Rightarrow \mathrm{n} = 2$$



La portanza deve aumentare perché solo una parte di essa equilibra il peso

La velocità di stallo (velocità minima), per dato carico alare, dipende dalla radice del fattore di carico !

$$V_{S\_turn} = \sqrt{\frac{2}{\rho}\frac{n \cdot W}{S}\frac{1}{C_{L\max}}}$$

Se un pilota si trova ad una velocità prossima a quella di stallo ed imposta una virata, tenderà facilmente a stallare, se non da potenza ed aumenta la velocità di volo.

$$V_{S\_turn} = \sqrt{\frac{2}{\rho}\frac{W}{S}\frac{1}{C_{L\max}}} \cdot \sqrt{n} = V_S \cdot \sqrt{n}$$

Ad esempio, se un velivolo ha una velocità di stallo di 50 m/s in volo livellato, in virata a 30° (n=1.15) la velocità di stallo sarà pari a 50 x 1.07= 54 m/s. In virata a 60° (n=2) sarà =50 $\cdot \sqrt{2}$ = 70.7 m/s

VOLO MANOVRATO

VIRATA

$$R = \frac{V_\infty^2}{g\sqrt{n^2 - 1}}$$ **Raggio di virata**

$$\omega = \frac{g\sqrt{n^2 - 1}}{V_\infty}$$ **Rateo di virata**

Per le prestazioni di manovra di un aeroplano, sia militare che civile, è abitualmente vantaggioso avere il più piccolo R ed il rateo di virata maggiore possibile.

- Fattore di carico n + alto possibile (limiti strutturali)

- Velocità più bassa possibile (a quel valore di n)

Per avere minimo R, si deve cercare di avere alto valore dell'angolo di bank (alto valore di n) ed assumere la minima velocità (velocità di stallo) compatibile con quel valore di n. Il massimo valore di n, assumiamo che sia quello compatibile con resistenza strutturale, diciamo $n_{MAX.}$ (vedi **diagramma di manovra** successivo).
Teniamo presente che la velocità minima (velocità di stallo) dipende però da n e quindi la minima velocità (vel. di stallo) ad $n=n_{MAX}$ sarà:

$$V_{\min} = V_{S\_turn} = \sqrt{\frac{2}{\rho}\frac{n_{MAX} \cdot W}{S}\frac{1}{C_{L\max}}}$$

e con questa $V_{\min}$

$$R_{\min} = \frac{V_{\min}^2}{g\sqrt{n_{MAX}^2 - 1}}$$

VOLO MANOVRATO VIRATA

$$R_{\min} = \frac{V_{\min}^2}{g\sqrt{n_{MAX}^{\;2} - 1}}$$

Raggio di virata minimo

$$\omega_{MAX} = \frac{g\sqrt{n_{MAX}^{\;2} - 1}}{V_{\min}}$$

Rateo di virata massimo

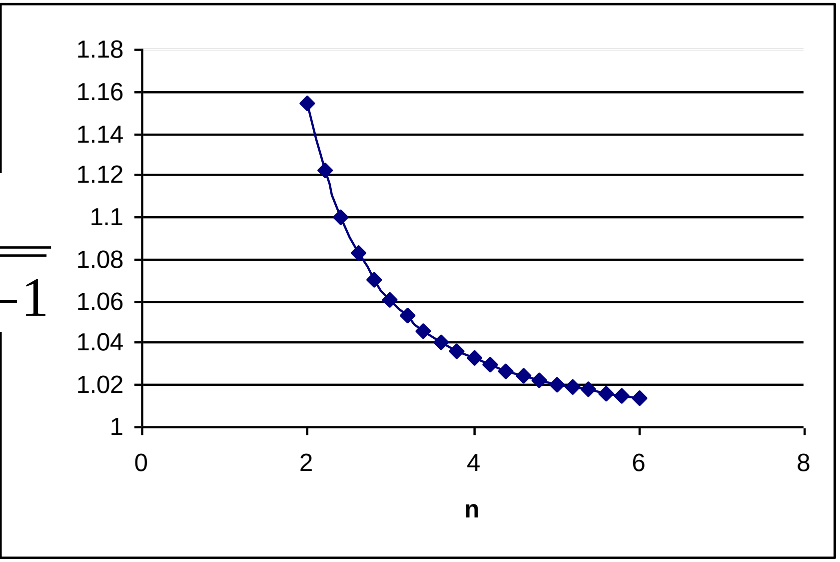
con $$V_{\min} = V_{S\_turn} = \sqrt{\frac{2}{\rho}\frac{n_{MAX} \cdot W}{S}\frac{1}{C_{L\max}}}$$

- Fattore di carico n=nmax
- Velocità più bassa possibile (a quel valore di n)

In effetti, assunto che l'assetto sia quello massimo (stallo), cioè $C_L = C_{L\max}$
La dipendenza da n è blanda, poiché il raggio varia come : $R \propto \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}}$
ed il rateo come l'inverso di tale rapporto.
E' evidente che se n assume valori elevati tale rapporto tende ad 1. In ogni caso

$$R_{\min} = \frac{2}{\rho}\frac{W}{S}\frac{1}{C_{L\max}}\frac{n_{MAX}}{g\sqrt{n_{MAX}^{\;2} - 1}}$$

$$\frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}}$$



Si vede quindi che il minimo raggio ed il massimo rateo di virata saranno ottenuti al **massimo fattore di carico realizzabile**

VOLO MANOVRATO VIRATA

$$R_{\min} = \frac{2}{\rho}\frac{W}{S}\frac{1}{C_{L\max}}\frac{n_{MAX}}{g\sqrt{n_{MAX}{}^2 - 1}}$$

Raggio di virata minimo

$$\omega_{MAX} = \frac{g\sqrt{n_{MAX}{}^2 - 1}}{V_{\min}}$$

Rateo di virata massimo

- **Fattore di carico n=nmax**
- **Velocità più bassa possibile**

(a quel valore di n), cioè

$$C_L = C_{L\max}$$

$$V_{\min} = V_{S\_turn} = \sqrt{\frac{2}{\rho}\frac{n_{MAX}\cdot W}{S}\frac{1}{C_{L\max}}}$$

- **quota più bassa**

(il raggio minimo si ottiene a S/L)

VOLO MANOVRATO   VIRATA – EQ APPROSSIMATE

$$R = \frac{V_\infty^2}{g\sqrt{n^2 - 1}}$$ **Raggio di virata**

$$\omega = \frac{g\sqrt{n^2 - 1}}{V_\infty}$$ **Rateo di virata**

Se n è grande.. $n+1 \approx n$ e $n-1 \approx n$ ed $n^2 - 1 \approx n^2$

$$R = \frac{V_\infty^2}{gn} \qquad \omega = \frac{gn}{V_\infty}$$

ma $L = \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S C_L$ $\qquad V_\infty^2 = \frac{2L}{\rho_\infty S C_L}$

$$R = \frac{2L}{\rho_\infty S C_L g (L/W)} = \frac{2}{\rho_\infty C_L g}\frac{W}{S}$$

=> $$R_{\min} = \frac{2}{\rho_\infty C_{L\max} g}\frac{W}{S}$$

$$\omega = \frac{gn}{\sqrt{2L/(\rho_\infty S C_L)}} = \frac{gn}{\sqrt{[2n/(\rho_\infty C_L)](W/S)}} = g\sqrt{\frac{\rho_\infty C_L n}{2(W/S)}}$$

=> $$\omega_{\max} = g\sqrt{\frac{\rho_\infty \cdot C_{L\max} \cdot n_{MAX}}{2(W/S)}}$$

VOLO MANOVRATO

VIRATA – EQ APPROSSIMATE (nel caso n >>1)

$$R = \frac{2}{\rho_\infty C_L g}\frac{W}{S}$$

$$\omega = g\sqrt{\frac{\rho_\infty C_L n}{2(W/S)}}$$

caso n ad esempio pari a 3-4

$$R_{\min} = \frac{2}{\rho_\infty C_{L\max} g}\frac{W}{S}$$

$$\omega_{\max} = g\sqrt{\frac{\rho_\infty \cdot C_{L\max} \cdot n_{MAX}}{2(W/S)}}$$

Velivoli con W/S + piccolo => migliori prestazioni virata

Tuttavia il progetto del carico alare di un aeroplano è determinato di solito da fattori diversi da quelli di manovra, come il carico pagante, l’autonomia e la velocità massima. Di conseguenza, i carichi alari per aerei leggeri dell’aviazione generale sono relativamente bassi, ma quelli per aerei militari ad alte prestazioni sono abbastanza grandi.

Le formula sopra sono approssimate (forniscono risultato prossimo a quello della formula corretta per n molto grande) , ma la loro semplice espressione rende chiaramente il legame con il carico alare.

VOLO MANOVRATO

VIRATA – EQ APPROSSIMATE

$$R = \frac{2}{\rho_\infty C_L g} \frac{W}{S}$$

$$\omega = g \sqrt{\frac{\rho_\infty C_L n}{2(W/S)}}$$

Aeroplani	**W/S, kg/m²**
Wright Flyer	5.86
Beechcraft Bonanza	91.79
Mc Donnell Douglas F-15	322.24
General Dynamics F-16	361.30

VOLO MANOVRATO

VIRATA – EQ APPROSSIMATE

$$R = \frac{2}{\rho_\infty C_L g} \frac{W}{S}$$

$$\omega = g\sqrt{\frac{\rho_\infty C_L n}{2(W/S)}}$$

Per fissato velivolo , quali condizioni forniscono R piccolo ed ω grande ?

$$R_{\min} = \frac{2}{\rho_\infty g C_{L,\max}} \frac{W}{S}$$

$$\omega_{\max} = g\sqrt{\frac{\rho_\infty C_{L,\max} n_{\max}}{2(W/S)}}$$

Bisogna considerare anche se la spinta riesce ad eguagliare la resistenza che è aumentata perché L=nW

$$n = \frac{L}{W} = \frac{\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S C_L}{W}$$

$$n_{\max} = \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 \frac{C_{L,\max}}{W/S}$$

Alle basse velocità

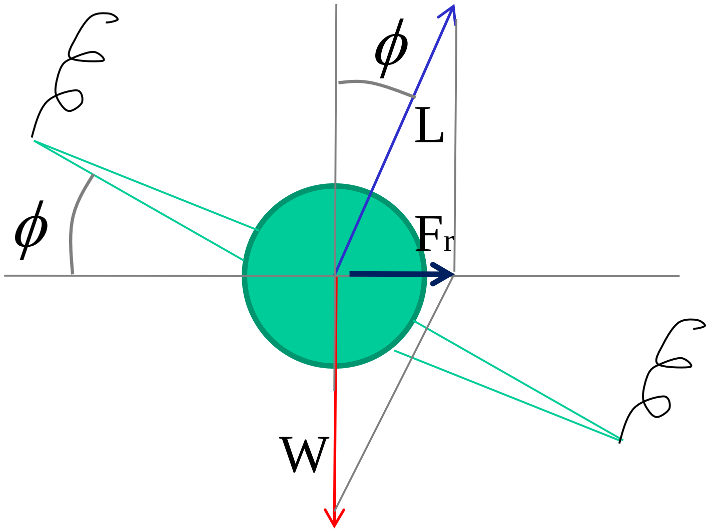
VOLO MANOVRATO VIRATA

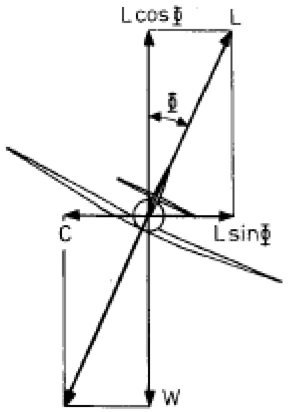
Bisogna considerare anche se la spinta riesce ad eguagliare la resistenza che è aumentata perché L=nW

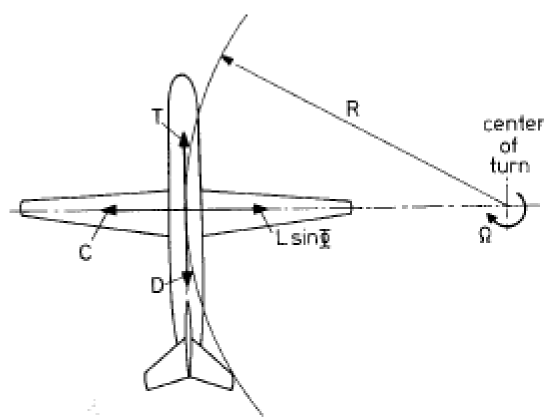
A resistenza, per dato assetto, non sarà piu' uguale al peso / efficienza, ma = ad n*W /E. E' come se il peso del velivolo risultasse aumentato di *n* volte (con *n* fattore di carico).

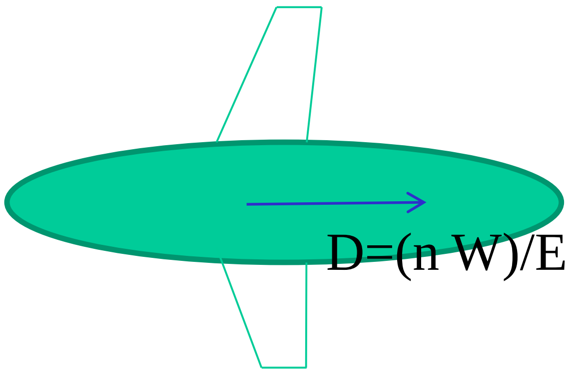
Otre alla resistenza, anche la potenza aumenta. Tra l'altro ricordo che la potenza dipende dal peso elevato ad una potenza di 1.5.

Quando siamo in virata, le curve di potenza necessaria al volo a quota costante si spostano verso l'alto e verso destra.









La resistenza aumenta e la potenza aumenta.

La resistenza aumenta del fattore *n* rispetto a quella in volo livellato

$$D_{turn} = \frac{n \cdot W}{E}$$

Per dato assetto è lineare con *n*

Le velocità di equilibrio (ipotizzando nessuna perdita di quota) si spostano a destra (velocità maggiori) al variare dell'angolo di bank e quindi di *n*

$$V_{turn} = \sqrt{\frac{2}{\rho}\frac{n \cdot W}{S}\frac{1}{C_L}}$$

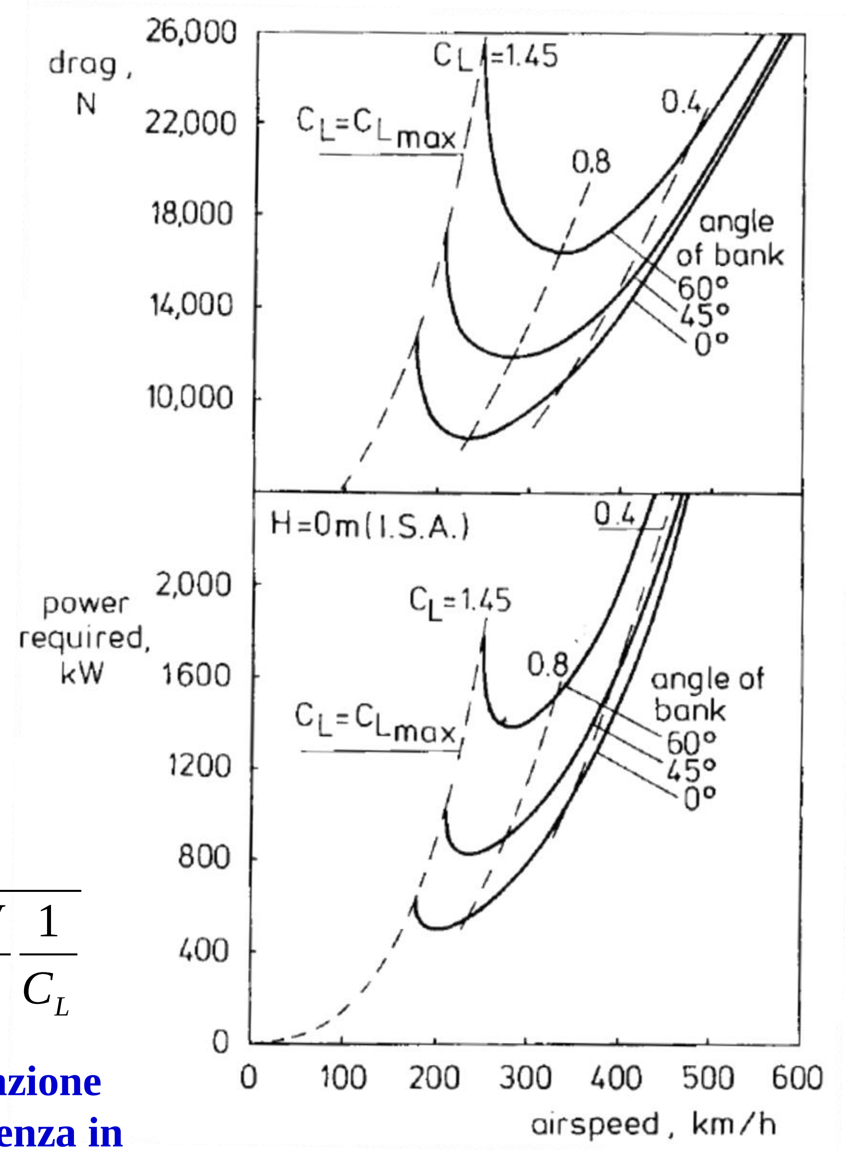
Per dato assetto dipende Dalla radice di *n*

La potenza necessaria = D*V dipenderà da n elevato ad 3/2.

$$\Pi_{n\_turn} = D_{turn} \cdot V_{turn} = \frac{nW}{E} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}\frac{n \cdot W}{S}\frac{1}{C_L}}$$

$$\boxed{\Pi_{n\_turn} = \Pi_{no} \cdot n^{3/2}}$$

Per dato assetto è funzione della equivalente potenza in volo livellato per n elevato a 3/2



VOLO MANOVRATO VIRATA

In virata la resistenza aumenta e la potenza aumenta.

$$V_{\min} = \sqrt{\frac{2}{\rho}\frac{n_{\max}\cdot W}{S}\frac{1}{C_{L\max}}}$$

$$R_{\min} = \frac{V_{\min}^2}{g\sqrt{n_{MAX}^2 - 1}}$$

Il minimo raggio di virata, quindi potrebbe essere legato non al valore di n massimo strutturale, (vedi formule sopra relative al punto S in figura) ma al valore di n massimo realizzabile con la potenza disponibile dell'impianto propulsivo.

(in figura un esempio di velivolo ad elica).

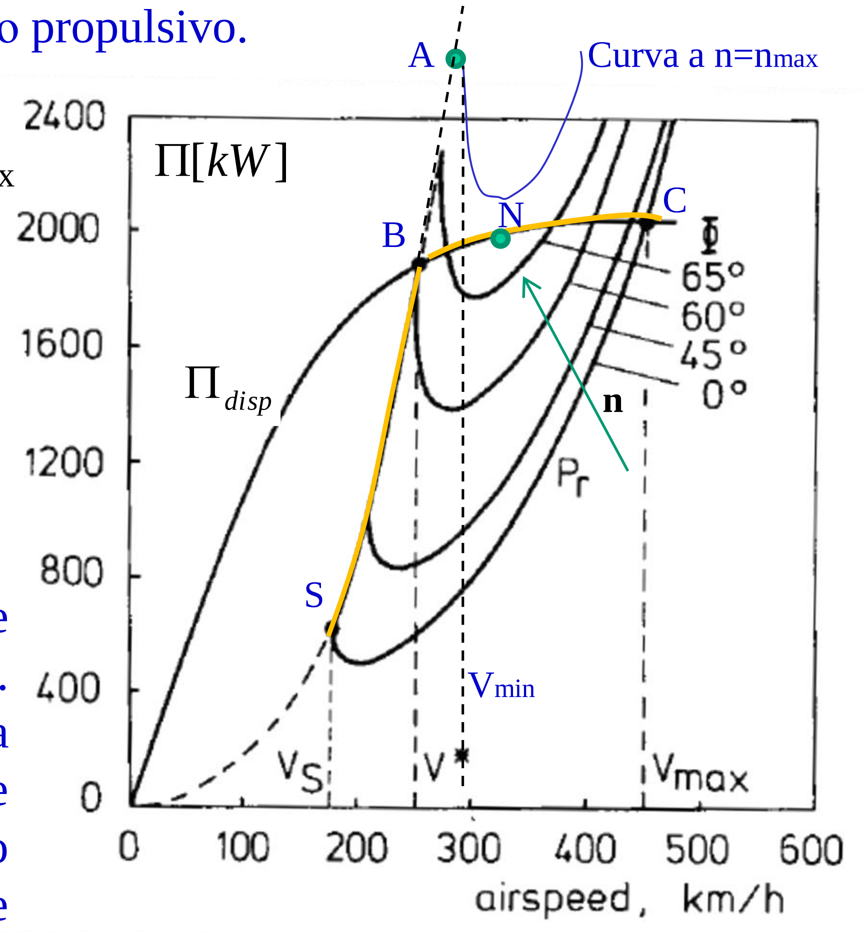
Seguendo la linea ad assetto massimo $C_L = C_{L\max}$

mi muovo, all'aumentare del fattore di carico (virata sempre più stretta) sulla linea S-B.

Il fattore di carico aumenta, la V anche e in B

Si raggiungerà il minimo raggio:

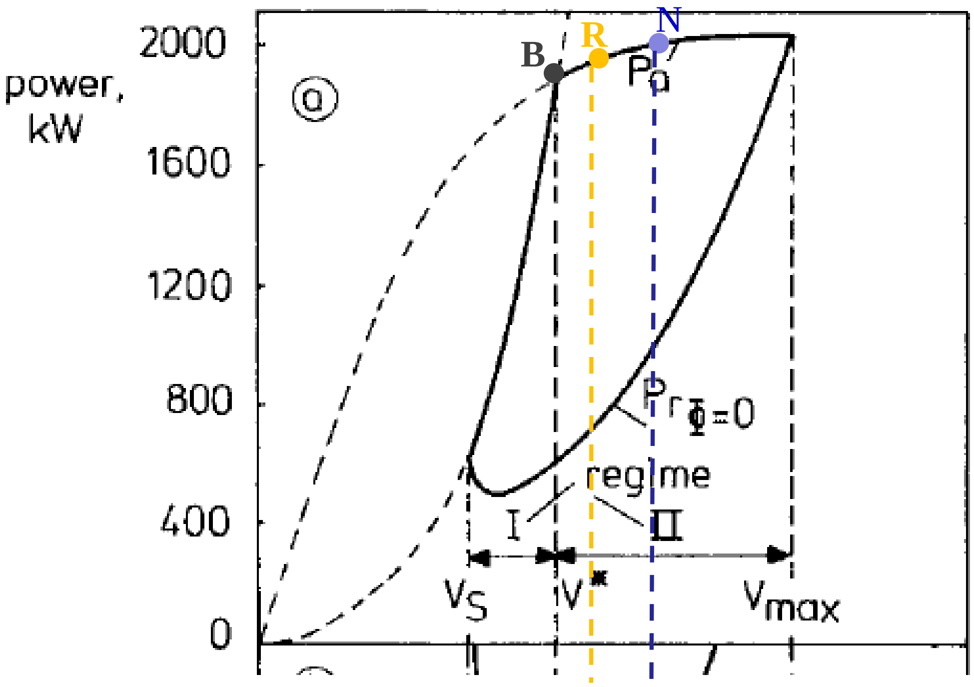
$$R_{\min} = \frac{2}{\rho}\frac{W}{S}\frac{1}{C_{L\max}}\frac{n_B}{g\sqrt{n_B^2 - 1}}$$

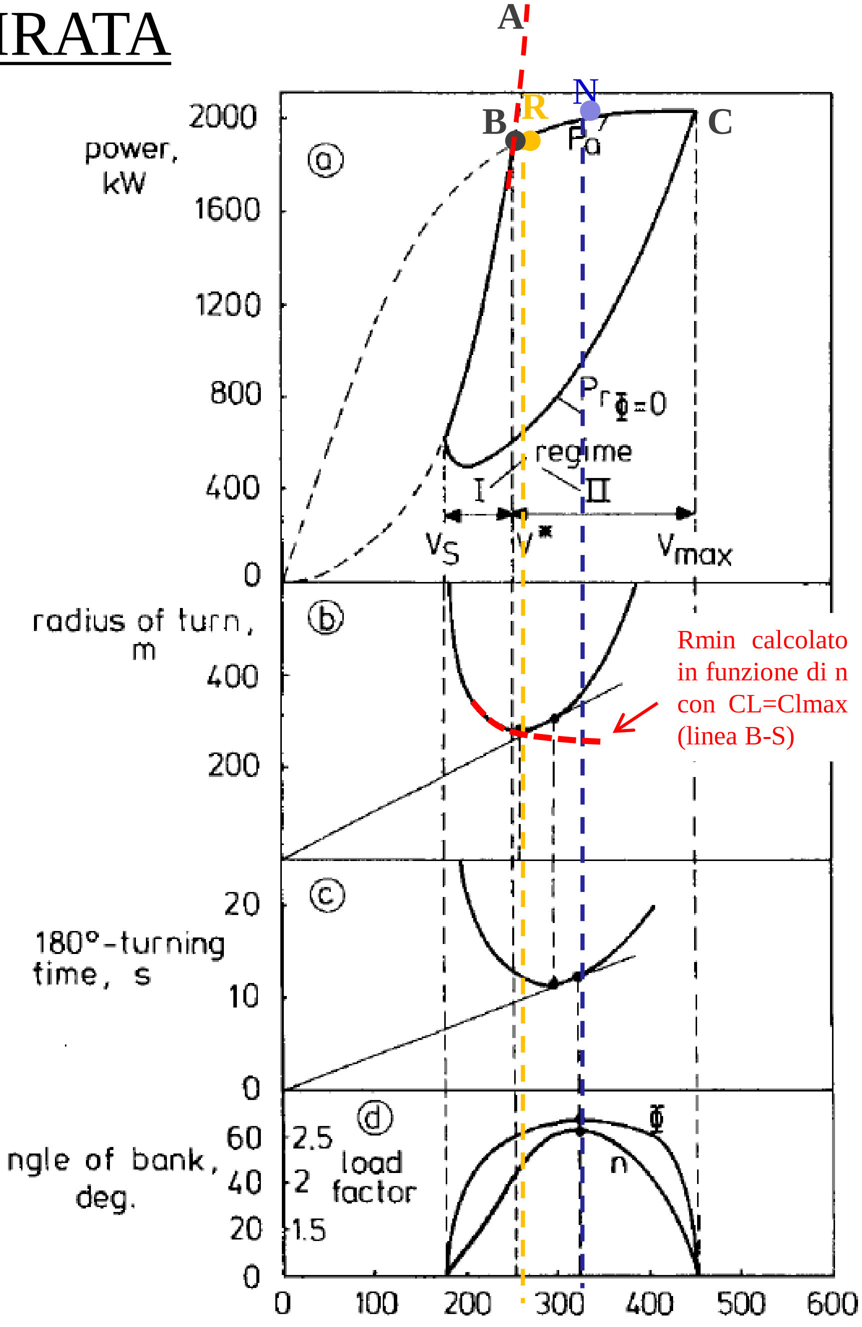


E' evidente che il fattore di carico in B potrebbe essere inferiore a quella massimo strutturale(n_{max}). Per velocità maggiori di V_B (V^*), mi muovo sulla curva B-C, con fattore di carico variabile (e massimo nel punto N indicato, che non è detto coincida con il massimo strutturale). Il valore massimo di n in B ad esempio sarebbe quello relativo ad un angolo massimo di circa 68°.

VOLO MANOVRATO VIRATA

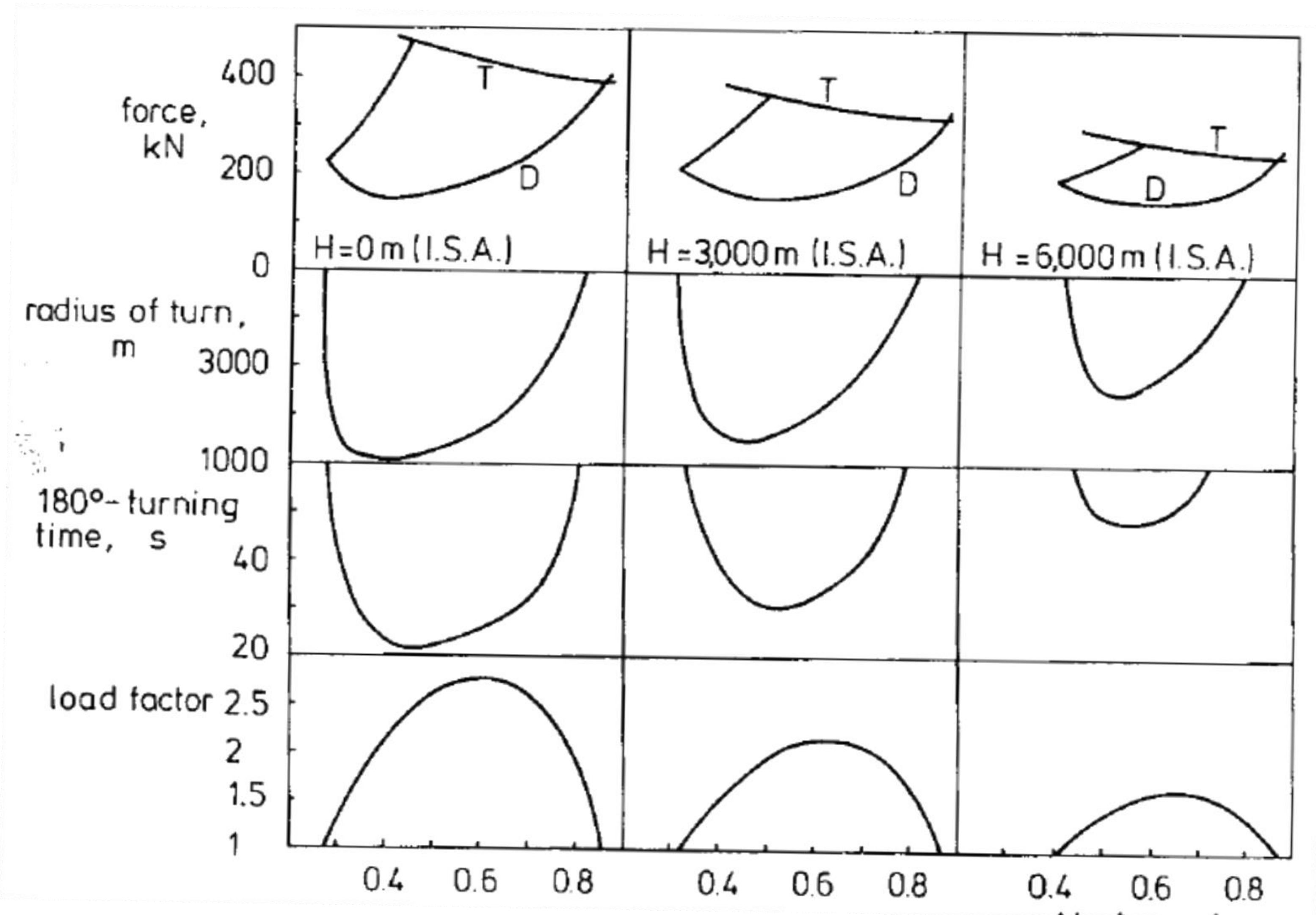
Il raggio di virata minimo si trova molto vicino a quello calcolato nel punto B, cioè V=V*.
In effetti è più a destra (V maggiori) perché V aumenta di poco, ma *n* aumenta di più.
La velocità di massimo rateo di virata si ha a velocità leggermente superiori (vedi figura).
La velocità di massimo fattore di carico (massimo angolo di bank), punto N, a velocità ancora più elevate. Tutto questo per una data quota.





VOLO MANOVRATO VIRATA

Al variare della quota, le prestazioni di virata precedenti, ovviamente peggiorano. Infatti la potenza disponibile si riduce e la potenza necessaria aumenta.



VOLO MANOVRATO VIRATA

ESEMPIO APPLICATIVO – P2006T

VELIVOLO P2006T

W=1180 Kg S=14.8 m^2 b=11.4 m

CDo=0.028 e=0.83 (con winglet) $C_{L_{MAX}}$=1.6

POT motori=2 x 100 hp=200 hp (149.1 kW)

Rendim elica $\eta_p := 0.78$

Fattore carico massimo strutturale $n_{max} = 3.8$

Con i dati assegnati è possibile ricavare il minimo raggio ed il massimo rateo compatibili con il massimo fattore di carico strutturale. La condizione è quella del punto **A** (V minima con $n=n_{max}$)

$$R_{min} = \frac{V_{min}^2}{g \cdot \sqrt{n_{MAX}^2 - 1}}$$

Con la velocità minima pari alla velocità di stallo ad $n=n_{max}$

$$V_{min} = V_{S\_turn} = \sqrt{\frac{2}{\rho}\frac{n_{MAX} \cdot W}{S}\frac{1}{C_{L\max}}}$$

Che diventa, al livello del mare (S/L):

$$V_{min} = 55.1 m/s = 198 Km/hr$$

$$R_{min} = \frac{(55.1)^2}{9.81 \cdot \sqrt{3.8^2 - 1}} = 84.3\, m$$

$$\omega_{MAX} = \frac{V_{min}}{R_{min}} = \frac{g\sqrt{n_{MAX}{}^2 - 1}}{V_{min}} = \frac{9.81\sqrt{3.8^2 - 1}}{55.1} = 0.65\,[\text{rad/s}] = 37.4\,[\text{deg/s}]$$

VOLO MANOVRATO VIRATA

ESEMPIO APPLICATIVO- P2006T - continua

Notiamo che l'espressione che viene fuori sostituendo l'espressione della velocità minima nella formula è:

$$R_{\min} = \frac{2}{\rho}\frac{W}{S}\frac{1}{C_{L\max}}\frac{n_{MAX}}{g\sqrt{{n_{MAX}}^2 - 1}} = 84.3\,m$$

Si può anche calcolare il raggio minimo con l'espressione approssimata (ottenuta, come detto, assumendo che nella formula precedente n_{MAX} sia tanto grande rispetto ad 1 che:

$$\frac{n_{MAX}}{\sqrt{{n_{MAX}}^2 - 1}} = 1 \quad \Rightarrow \quad R_{\min\_approx} = \frac{2}{\rho}\frac{W}{S}\frac{1}{C_{L\max}}\frac{1}{g} = 81.3\,m$$

Non molto diverso rispetto a quello esatto

Tale virata, con $n = n_{MAX}$, sarà effettuata ad una angolo di bank pari a:

$$\phi_{MAX} = \phi(n = n_{MAX}) = a\cos\left(\frac{1}{n_{MAX}}\right) = a\cos\left(\frac{1}{3.8}\right) = 74.7\deg$$

BISOGNA VERIFICARE CHE L'IMPIANTO PROPULSIVO RIESCA A MANTENERE TALE VIRATA, CIOE' CHE LA POTENZA MAX DISPONIBILE SIA MAGGIORE O UGUALE A QUELLA NECESSARIA !

VOLO MANOVRATO VIRATA

ESEMPIO APPLICATIVO- P2006T - continua

Verifichiamo che però la potenza disp. del motore sia in grado di equilibrare il velivolo in tale condiz.

Calcolo potenza necessaria in virata nella condizione assunta (S/L). Conosco l'assetto (allo stallo), cioè

$C_L = C_{L\max}$ Nota la velocità (V_{min}) posso calcolare la resistenza e la potenza necessaria:

Nella ipotesi semplificativa di validità della polare parabolica fino allo stallo

$$q = \frac{1}{2}\rho V_{\min}^2 S = 1857\,\text{Pa}$$ Pressione din. $$D_{turn} = q_{\min} \cdot CD_{\max} \cdot S = 3880\,\text{N}$$

Potenza necessaria in virata

$$\Pi_{n\_turn} = D_{turn} \cdot V_{\min} = 213.6\,\text{kW}$$

La POTENZA DISPONIBILE (max ammissione e quota S/L) è:

$$\Pi_{disp} = \Pi_{ao} \cdot \eta_P = 116.3\ \text{kW}$$

La POTENZA DISPONIBILE e' inferiore, QUINDI IL VELIVOLO NON CE LA FARA' A TENERE TALE CONDIZIONE DI VOLO !

Calcolo, tenendo sempre assetto di stallo, la velocità compatibile con tale potenza (punto B e V* dei grafici precedenti)

$$\Pi_{n\_turn} = D_{turn} \cdot V_{turn} = \Pi_{disp}$$

$$\Pi_{n\_turn} = \frac{1}{2}\rho \cdot V_{turn}^3 \cdot S \cdot C_{D\max} = \Pi_{disp}$$

VOLO MANOVRATO VIRATA

ESEMPIO APPLICATIVO- P2006T - continua

Verifichiamo che però la potenza disp. del motore sia in grado di equilibrare il velivolo in tale condiz.

$$\Pi_{n\_turn} = D_{turn} \cdot V_{turn} = \Pi_{disp}$$

$$\Pi_{n\_turn} = \frac{1}{2} \rho \cdot V_{turn}^3 \cdot S \cdot C_{D\max} = \Pi_{disp}$$

E si puo' calcolare la velocità di equilibrio compatibile con CL=Clmax e la potenza effettivamente disponibile.

$$V_{turn} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot \Pi_{disp}}{\rho \cdot S \cdot C_{D\max}}} = 44.96\ \mathrm{m/s}$$

Che è inferiore a quella compatibile con n massimo strutturale che era 55.1 m/s

Che, dalla relazione che lega V ed n, sempre assumendo di trovarci ad assetto di stallo $C_L = C_{L\max}$

$$V_{turn} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{n_{turn} \cdot W}{S} \frac{1}{C_{L\max}}}$$

Ci permette di trovare il massimo fattore di carico compatibile con la potenza disponibile a S/L ed il massimo angolo di bank corrispondente

$$n_{turn} = \frac{V_{turn}^2 \cdot (\rho \cdot S \cdot C_{L\max})}{2 \cdot W} = 2.53$$

$$\phi_{MAX} = \phi(n = n_{turn}) = a\cos\left(\frac{1}{n_{turn}}\right) = a\cos\left(\frac{1}{2.53}\right) = 66.7\ \mathrm{deg}$$

VOLO MANOVRATO VIRATA

ESEMPIO APPLICATIVO- P2006T - continua

Fattore carico massimo compatibile con la potenza disponibile

$$n_{turn} = \frac{V_{turn}^2 \cdot (\rho \cdot S \cdot C_{L\max})}{2 \cdot W} = 2.53$$

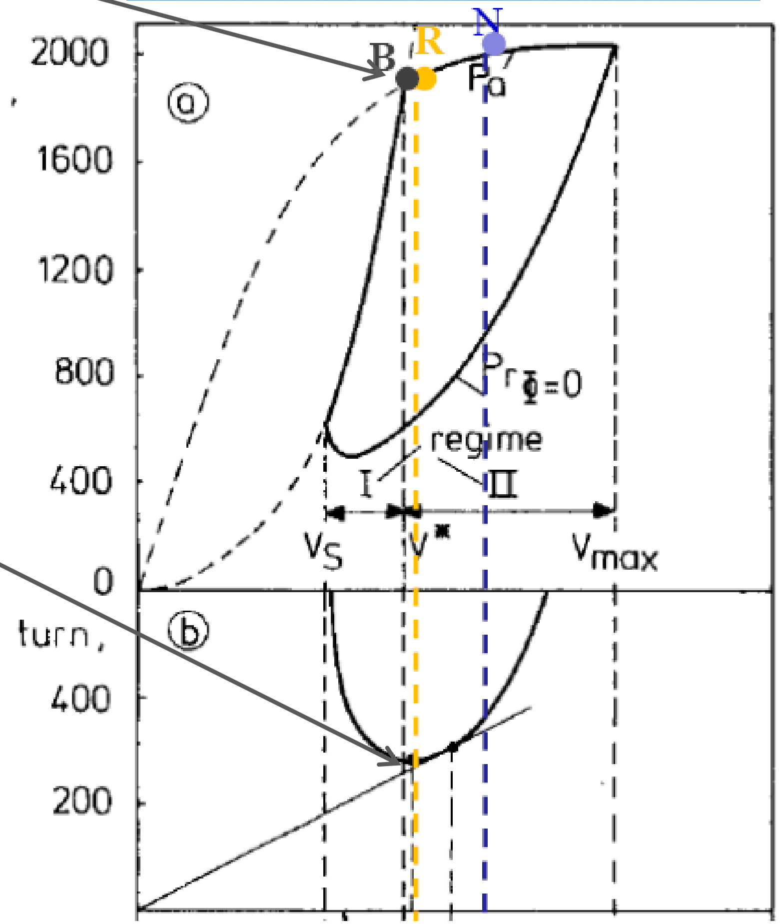
$$\phi_{MAX} = \phi_{turn} = \phi(n = n_{turn}) = 66.7 \text{ deg}$$

Minore dei 74.7 deg ad $n=n_{MAX}=3.8$

Ci permette di trovare (sempre a S/L) i valori finali effettivi di Rmin e rateo max (compatibili con tale valore di n).

$$R_{\min\_eff} = \frac{2}{\rho}\frac{W}{S}\frac{1}{C_{L\max}}\frac{n_{turn}}{g\sqrt{n_{turn}^2 - 1}} = 88.5\, m$$

$$\omega_{MAX\_eff} = \frac{V_{turn}}{R_{\min\_eff}} = 29.1[\text{deg/s}]$$



Che risultano effettivamente maggiore e minore dei valori trovati solo con il massimo fattore di carico strutturale (limite strutturale) che erano rispettivamente **84.3 m e 37.4 deg/s**

VOLO MANOVRATO DIAGRAMMA DI MANOVRA

n_{max}

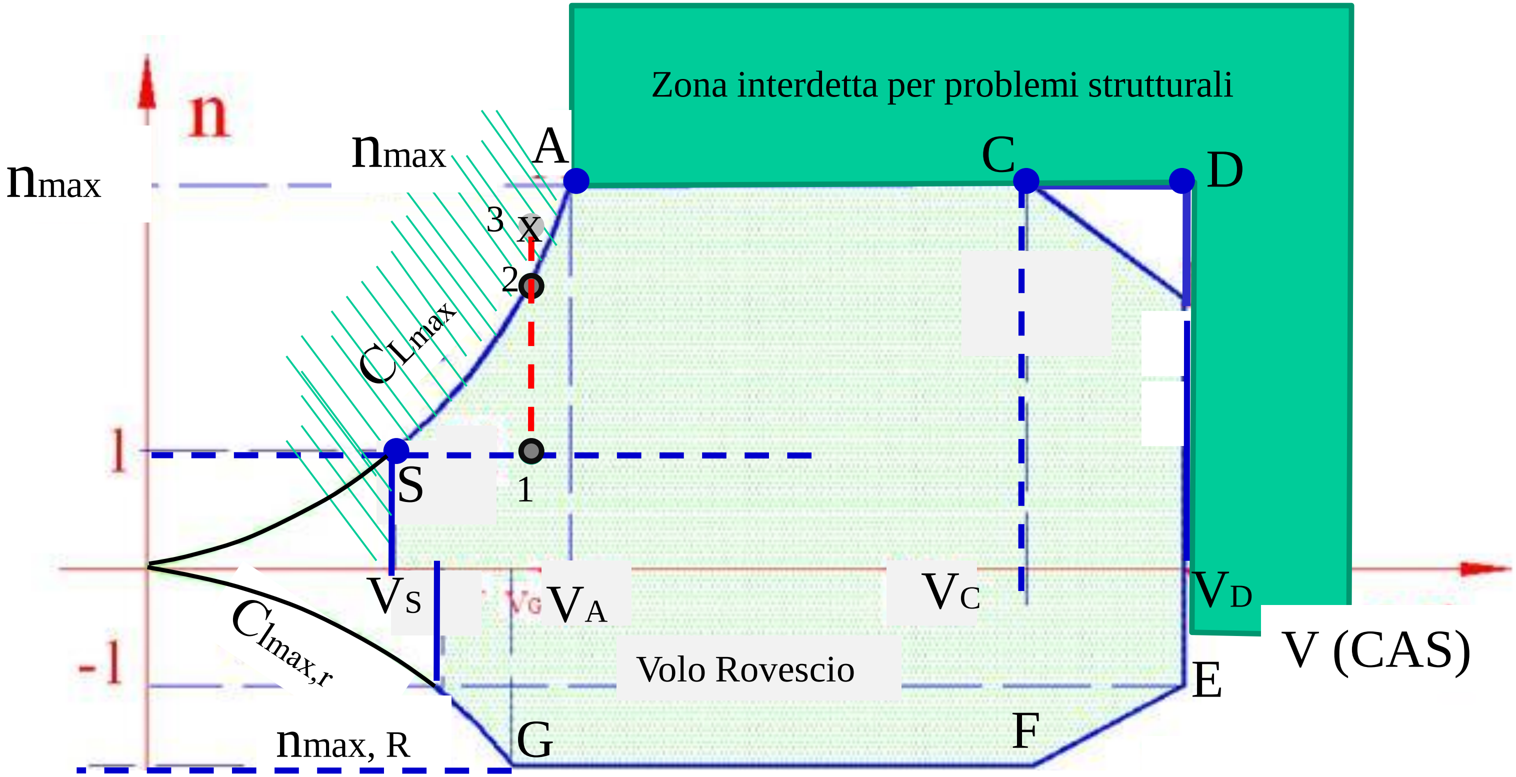
Dipende dalla categoria del velivolo:

Civili trasp = 2.5
FAR23 = 3.2-3.8
Leggeri = 4
Acrobatici = 7-10
Mililtari= 6-8

Limiti Aerodinamici

Tipicamente:

$n_{max,R} = 0.5 * n_{max}$



Il Diagramma di manovra è l'inviluppo del fattore di carico in funzione della velocità di volo (scelta tipicamente con la CAS o EAS per avere un diagramma valido per tutte le quote).

Il punto S rappresenta lo stallo in volo livellato (n=1). Se aumento la V , sempre all'assetto C_L=$C_L$max, mi muovo sulla curva S-A. Il punto A è caratterizzato dalla velocità alla quale arrivo al massimo fattore di carico strutturale, sempre con massimo C_L. **La V del punto A viene detta velocità di manovra**. Se $V>V_A$ il pilota dovrà fare molta attenzione perché con manovra intensa potrebbe superare il massimo fattore di carico e portare a rottura le ali. Partendo da una condizione di volo "1" posso infatti arrivare a "2" ma non alla condizione "3" (che prevederebbe un CL maggiore del massimo). Il punto D è l'affondata (DIVE speed) maggiore di C (crociera). La parte inferiore (relativa a fattore di carico negativo) si riferisce al volo "rovescio" cioè con ali con ventre verso l'alto.

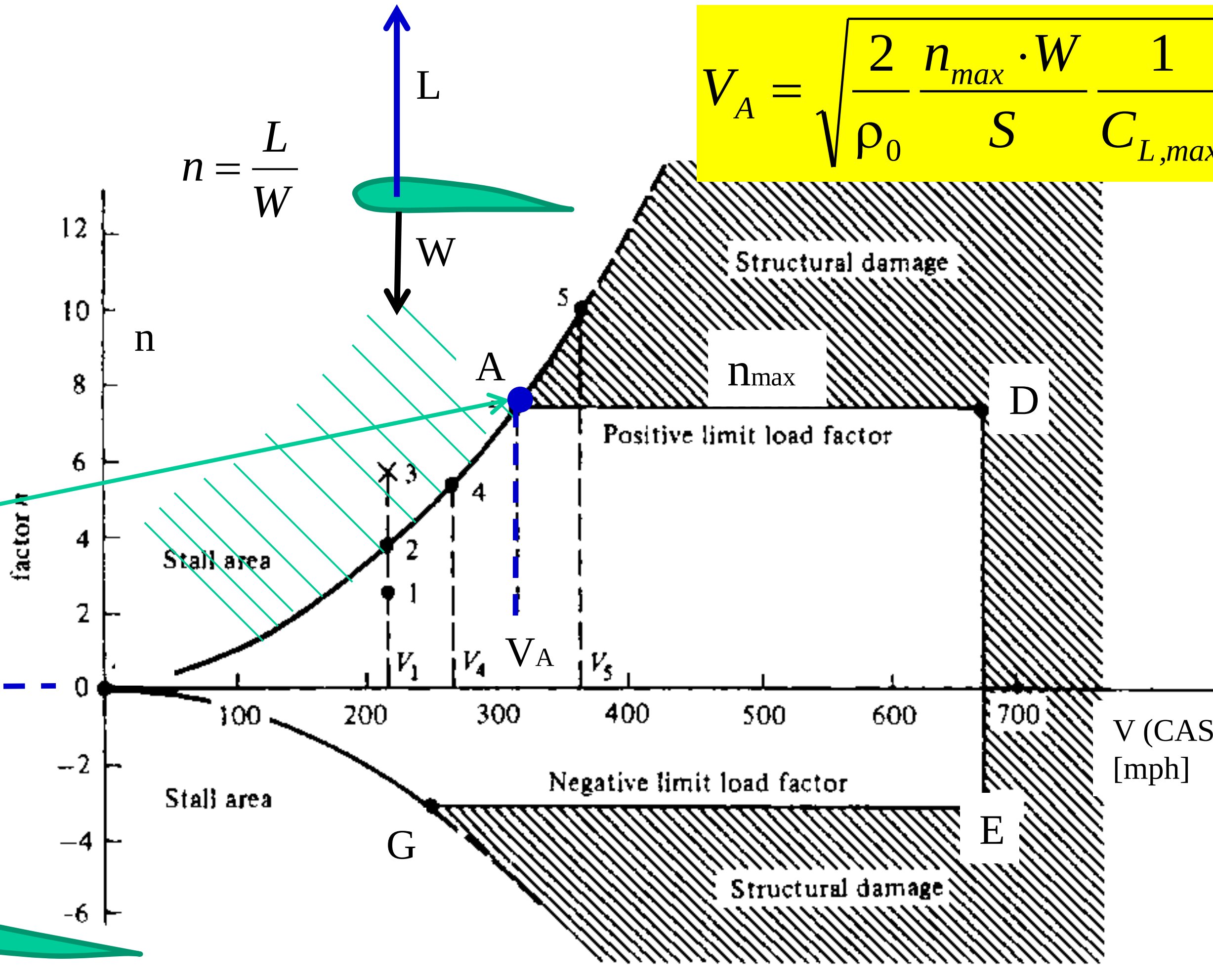
VOLO MANOVRATO DIAGRAMMA DI MANOVRA

Il Diagramma di manovra è l’inviluppo del fattore di carico in funzione della velocità di volo (scelta tipicamente con la CAS o EAS per avere un diagramma valido per tutte le quote). Qui sotto è riportato un esempio per un addestratore militare a getto. Il fattore di carico limite è pari a circa 7, per tale velivolo.

La velocità del **punto A** è detta velocità di **MANOVRA**.
E’ la velocità del punto in cui abbiamo inizialmente calcolato il minimo raggio di virata legato quindi solo ai limiti strutturali del velivolo(senza limiti propulsivi).

$$V_A = \sqrt{\frac{2}{\rho_0}\,\frac{n_{max}\cdot W}{S}\,\frac{1}{C_{L,max}}}$$

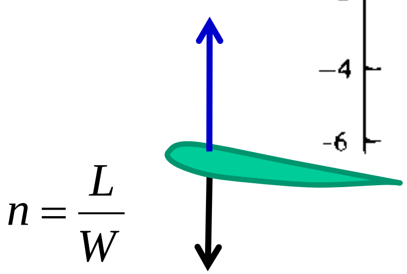
$$R_{\min} = \frac{2}{\rho}\frac{W}{S}\frac{1}{C_{L\max}}\frac{n_{MAX}}{g\sqrt{n_{MAX}^{\;2}-1}}$$



The V-n diagram for a typical jet trainer aircraft. (U.S. Air Force Academy.)

n<0 : VOLO Rovescio

Portanza diretta verso il ventre del profilo alare, considerata negativa.



Vediamo un'altra manovra che, a differenza della virata, si svolge nel piano longitudinale.

Manovra di richiamata (*pull-up maneuver*)

Forza Centripeta risultante:

$$F_r = L - W = W(n-1)$$

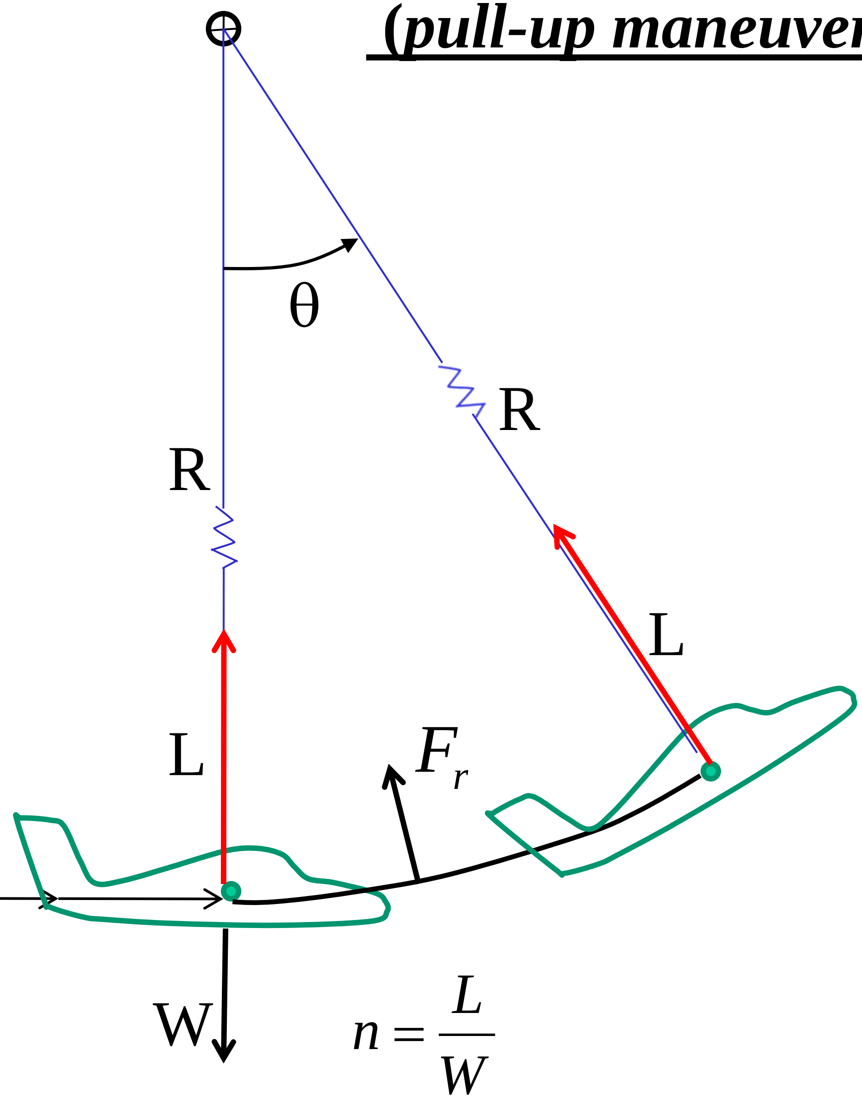
$$F_r = m\frac{V_\infty^2}{R} = \frac{W}{g}\frac{V_\infty^2}{R}$$

Eguagliando le due espressioni:

$$\longrightarrow \quad \boxed{R = \frac{V_\infty^2}{g(n-1)}}$$

e $\omega = V_\infty / R$

$$\boxed{\omega = \frac{g(n-1)}{V_\infty}}$$



Richiamata in volo rovescio
(Pull-down maneuver)

$$F_r = L + W = W(n+1)$$

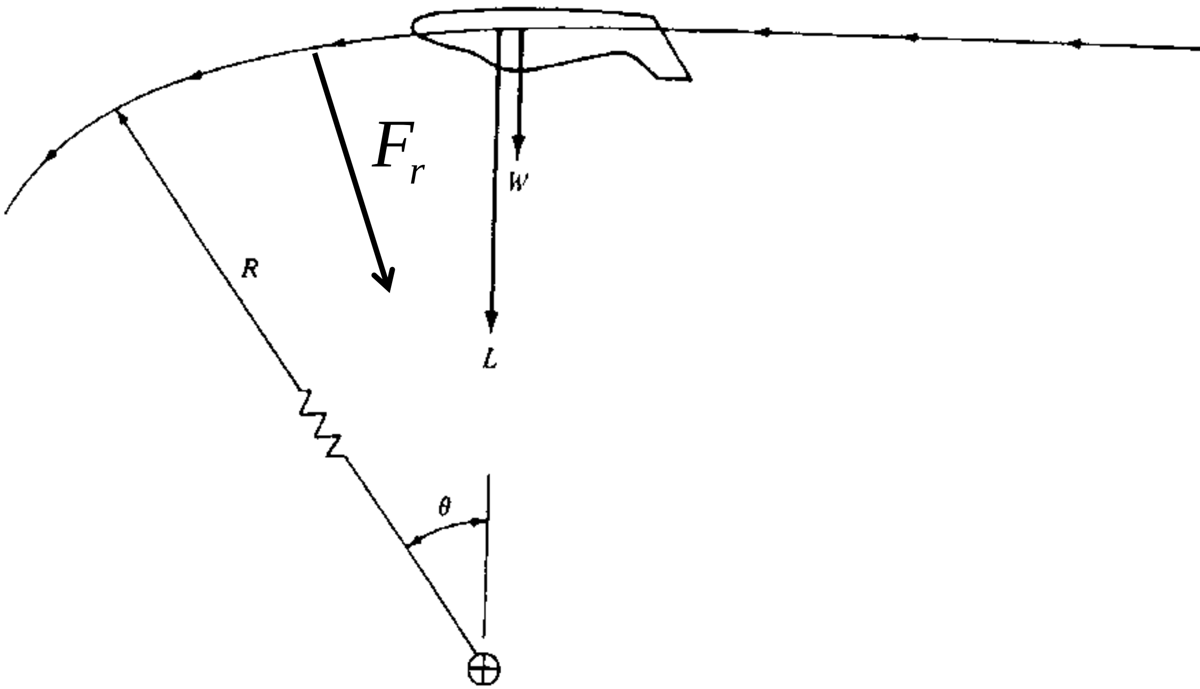
Forza Centripeta risultante:

$$F_r = m\frac{V_\infty^2}{R} = \frac{W}{g}\frac{V_\infty^2}{R}$$

$$\longrightarrow \boxed{R = \frac{V_\infty^2}{g(n+1)}}$$

$$\omega = V_\infty / R$$

$$\boxed{\omega = \frac{g(n+1)}{V_\infty}}$$

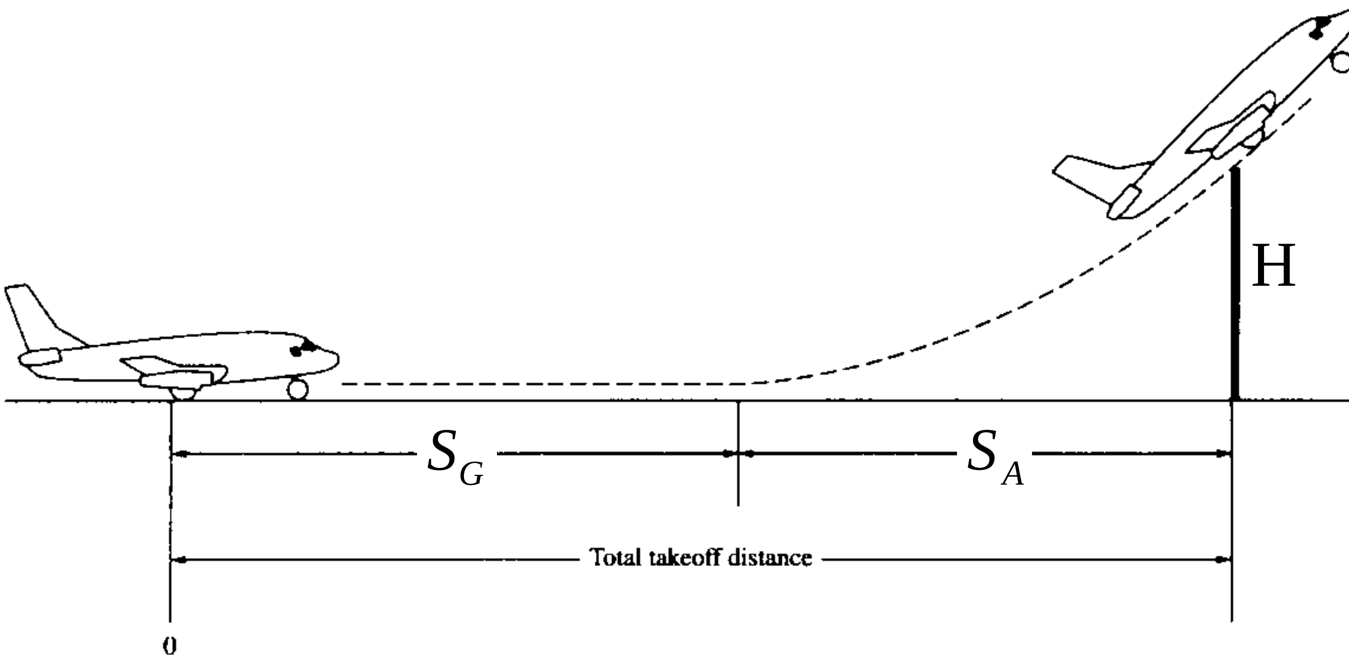


The pull-down maneuver.

DECOLLO

S_G : Corsa al suolo (rullaggio) (*Ground roll)*

S_A : Corsa di involo *(Airborne distance)*



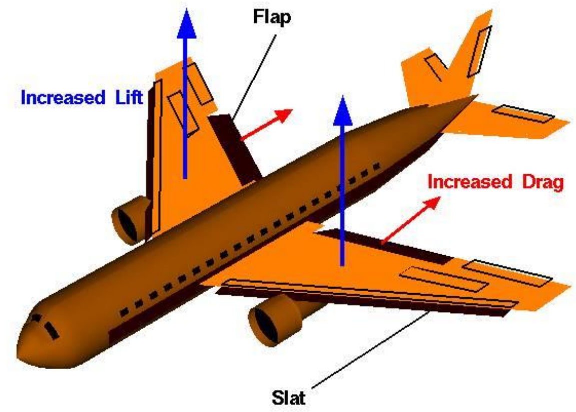
Ostacolo “virtuale”
di fine corsa decollo:
=> 50 ft vel elica FAR23
=> 35 ft vel trasp getto (FAR 25)

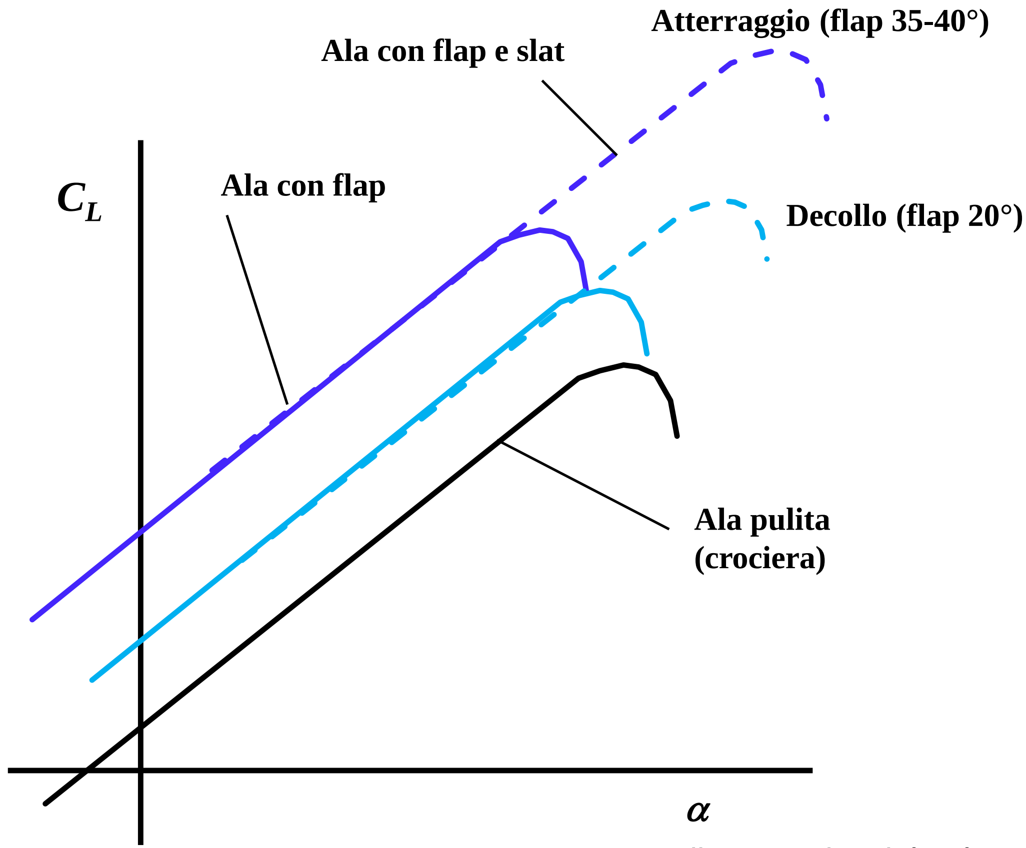
Illustration of ground roll s_g, airborne distance s_a, and total takeoff distance.

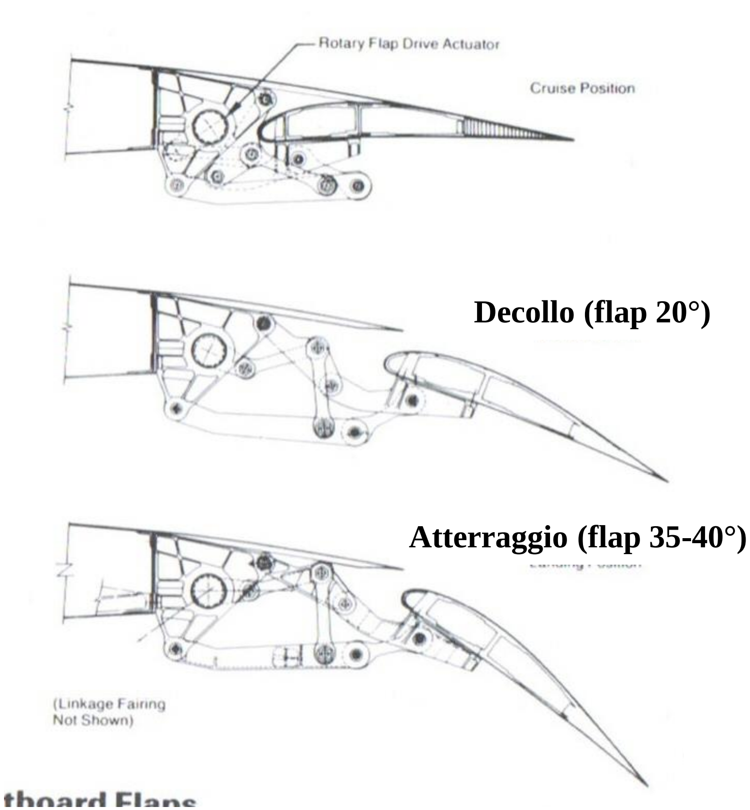
$$S_G = \int_0^{V_{LO}} dS = \int_0^{V_{LO}} \frac{VdV}{a}$$

DECOLLO

Durante la corsa di decollo, il velivolo deve acquistare velocità. Per ridurre la corsa, si adotta una configurazione con sistemi di ipersostentazione (flap/slat) parzialmente estesi. La velocità di stallo (velocità minima di sostentamento) risulterà quindi ridotta rispetto a quella in configurazione di crociera. In decollo si usano deflessioni più basse per non incrementare però eccessivamente la resistenza aerodinamica.

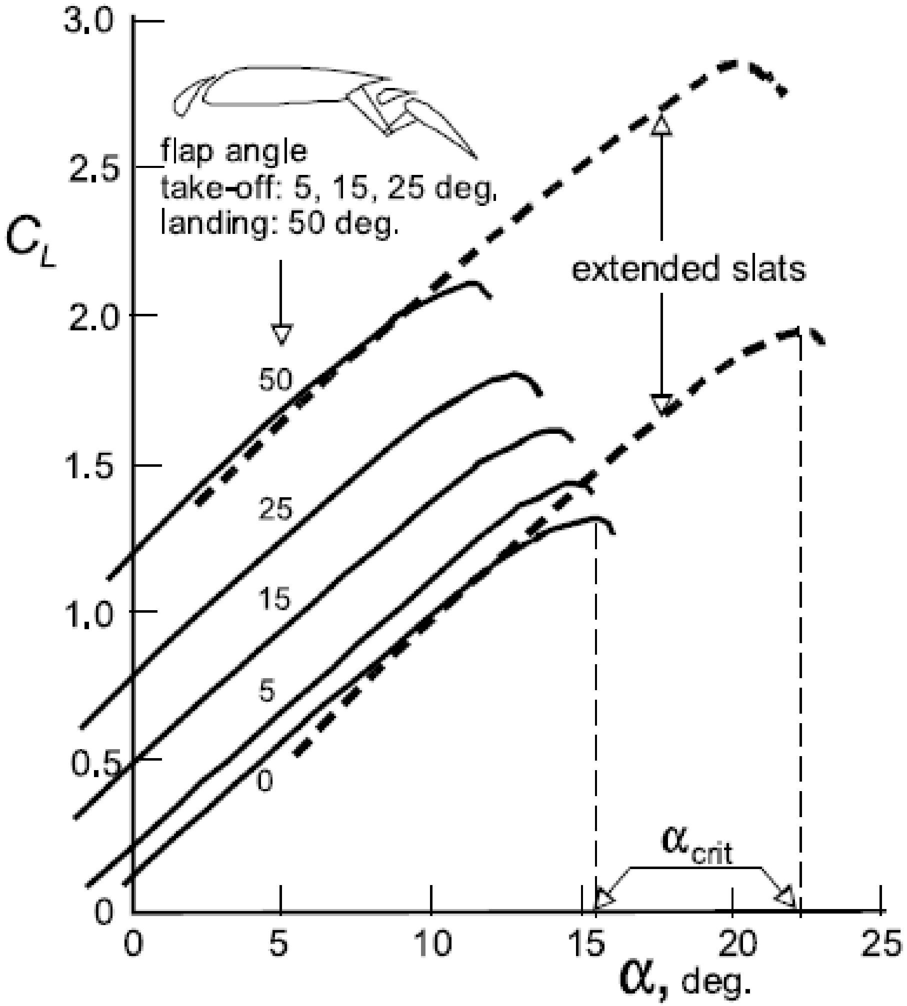




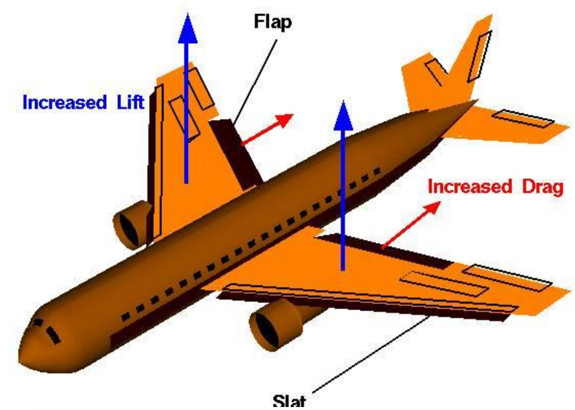


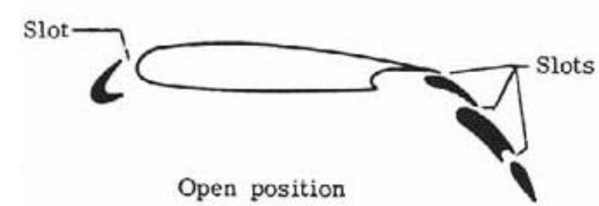
DECOLLO

Per ridurre la corsa, si adotta una configurazione con sistemi di ipersostentazione (flap/slat) parzialmente estesi. La velocità di stallo (velocità minima di sostentamento) risulterà quindi ridotta rispetto a quella in configurazione di



	$C_{L\,max}$
Pulito (crociera)	***1.4-1.6***
Decollo (flap e slat 15-20°)	***1.8-2.2***
Atterraggio (flap 35-40° e slat)	***2.3-2.9***

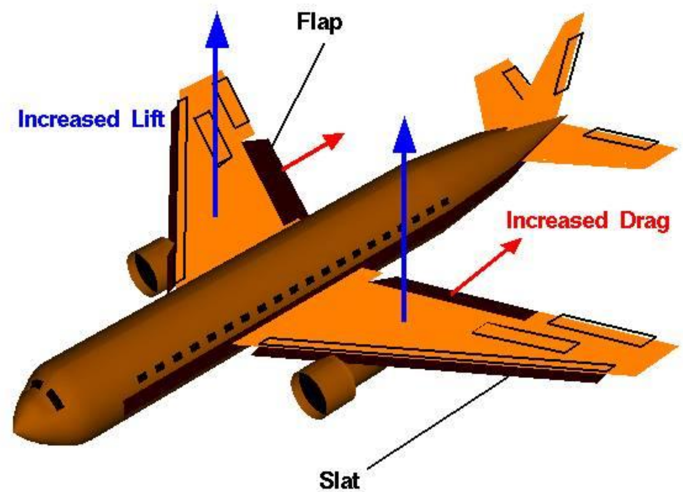




DECOLLO

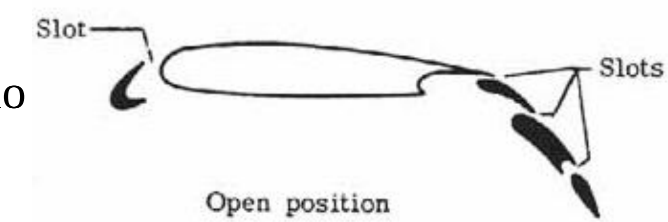
Per ridurre la corsa, si adotta una configurazione con sistemi di ipersostentazione (flap/slat) parzialmente estesi. La velocità di stallo (velocità minima di sostentamento) risulterà quindi ridotta rispetto a quella in configurazione di crociera.

	$C_{L\,max}$
Pulito (crociera)	***1.4-1.6***
Decollo (flap e slat 15-20°)	***1.8-2.2***
Atterraggio (flap 35-40° e slat)	***2.3-2.9***



Per un B747 (W=360000 Kg, S=540 m^2), ad esempio, assumendo un massimo C_L in configurazione pulita pari a 1.6 ed uno in decollo C_{LmaxTO} di 2.2, ed atterraggio 2.9 , a S/L:

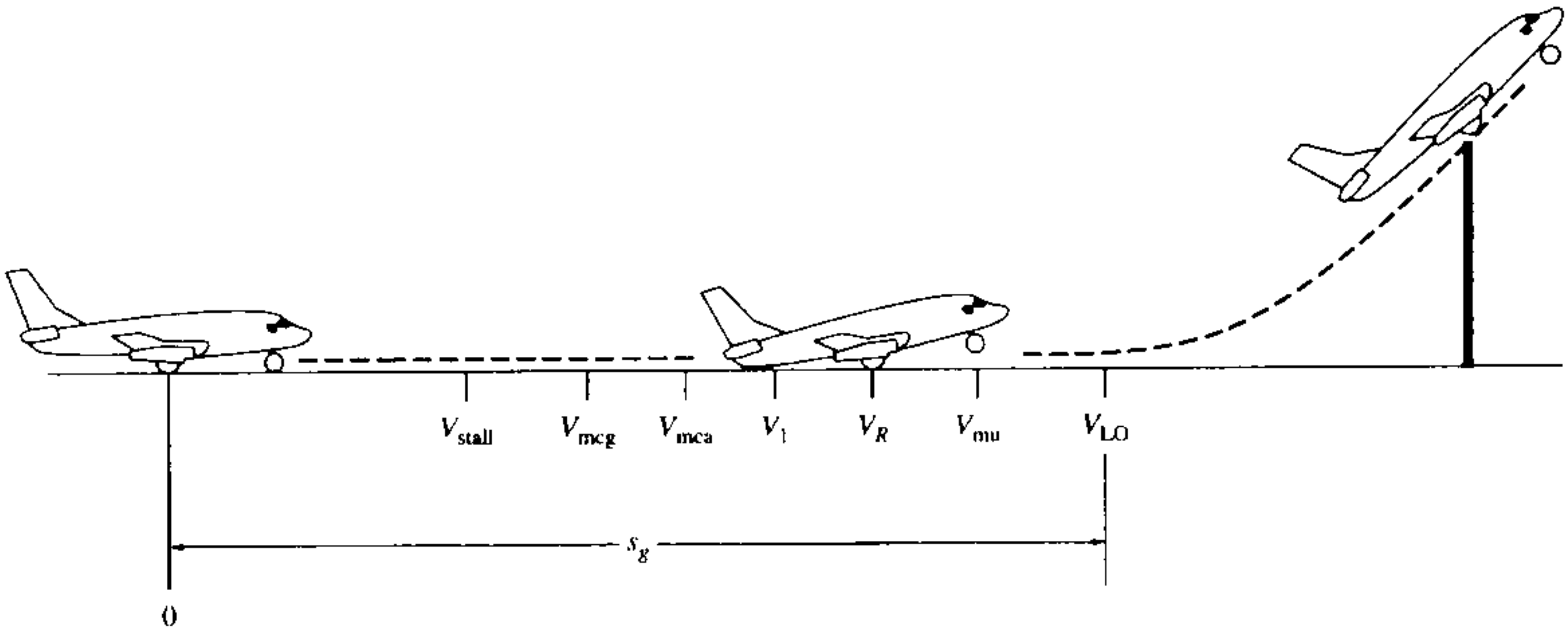
$$V_S = \sqrt{\frac{2}{\rho_0}\frac{W}{S}\frac{1}{C_{L_{max}}}} = 81.7\, m/s = 294\, Km/hr$$ Pulita (crociera)



$$V_{sTO} = \sqrt{\frac{2}{\rho_0}\frac{W}{S}\frac{1}{C_{L_{max}TO}}} = 69.7\, m/s = 251\, Km/hr$$ decollo

$$V_{SL} = \sqrt{\frac{2}{\rho_0}\frac{W}{S}\frac{1}{C_{L_{MAX\_L}}}} = 60.7\, m/s = 218\, Km/hr$$ atterraggio

DECOLLO



Intermediate segments of the ground roll.

DECOLLO

velocità di stallo conf. Di decollo V_{stall} anche indicata con V_{S_TO}

minima velocità di controllo al suolo, indicata con V_{mcg}

minima velocità di controllo in aria, indicata con V_{mca} **L'aeroplano è ancora a terra**

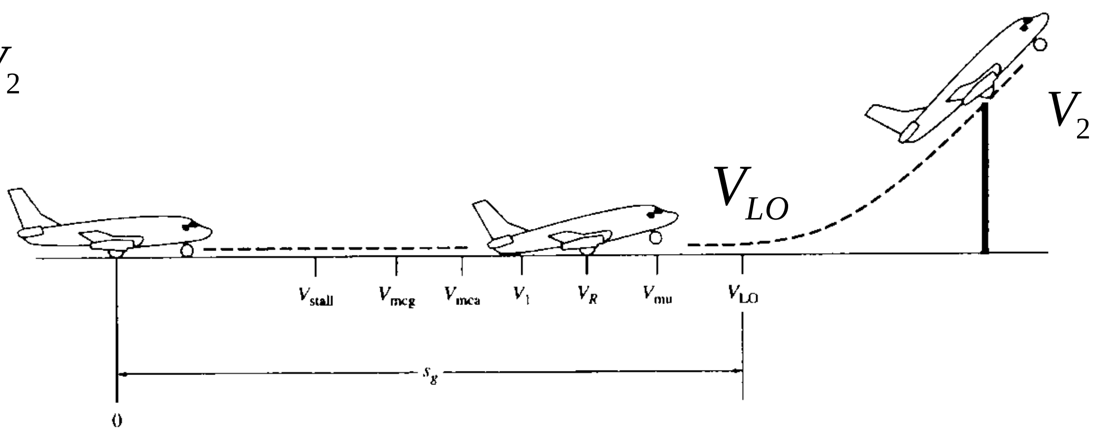
velocità di decisione, indicata con V_1 $> Vmc$

velocità di rotazione al decollo, indicata con V_R **la coda può toccare il suolo**

minima velocità di distacco, indicata con V_{mu} ,

velocità di decollo, indicata con V_{LO} **Detta anche velocità di LIFT-OFF**

velocità di passaggio sull'ostacolo, indicata con V_2

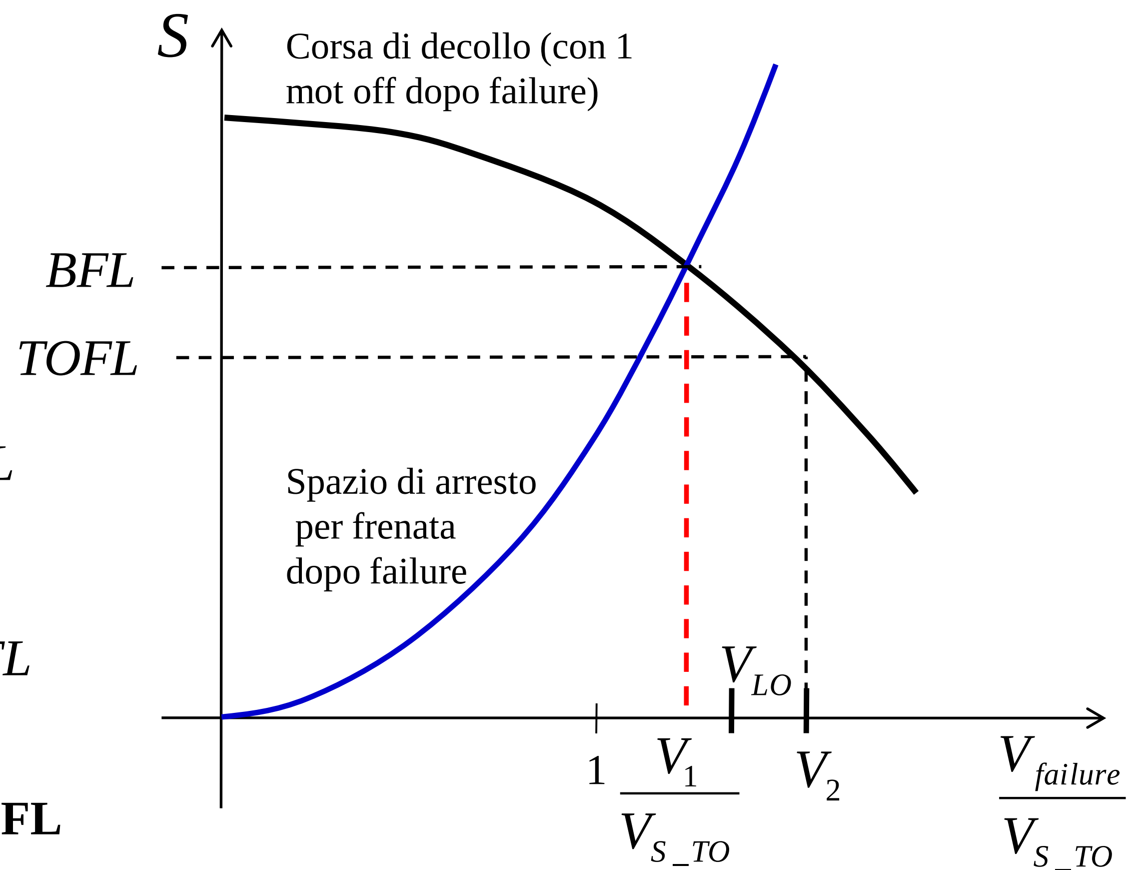


Intermediate segments of the ground roll.

DECOLLO

Distanza bilanciata di decollo. E' maggiore della distanza normale e si riferisce al caso di piantata (failure) di un motore. La V_1 viene chiamata velocità di decisione. Se la V è inferiore a V_1 il pilota dovrà frenare ed abortire il decollo, altrimenti dovrà continuare.

La distanza bilanciata (BFL) è quella che si ottiene se ho il riconoscimento della failure proprio alla V_1. In tal caso la distanza di arresto o di decollo continuato con solo 1 motore sono uguali.



Distanza di decollo normale (Take-Off Field Lenght) *TOFL*

Distanza bilanciata di decollo (Balanced Field Lenght) *BTOFL*

Tipicamente BTOFL=1.15-1.25 TOFL

E' la maggiore tra le distanze di decollo possibili per un velivolo.
(E' quella che determina la possibilità di decollare da una data pista con dato peso, data quota e data temperatura).

DECOLLO

Distanza bilanciata di decollo. E’ maggiore della distanza normale e si riferisce al caso di piantata (failure) di un motore. La V_1 viene chiamata velocità di decisione. Se la V è inferiore a V_1 il pilota dovrà frenare ed abortire il decollo, altrimenti dovrà continuare.

La distanza bilanciata è quella che si ottiene se ho il riconoscimento della failure proprio alla V_1. In tal caso la distanza di arresto o di decollo continuato con solo 1 motore sono uguali.

Se la failure avviene prima si vede chiaramente che se procedo con l’aborto (frenata) ho uno spazio di arresto molto ridotto (curva rossa) rispetto invece all’ipotesi di continuare il decollo con 1 motore in meno (curva blu) che mi porterebbe a distanze notevoli.

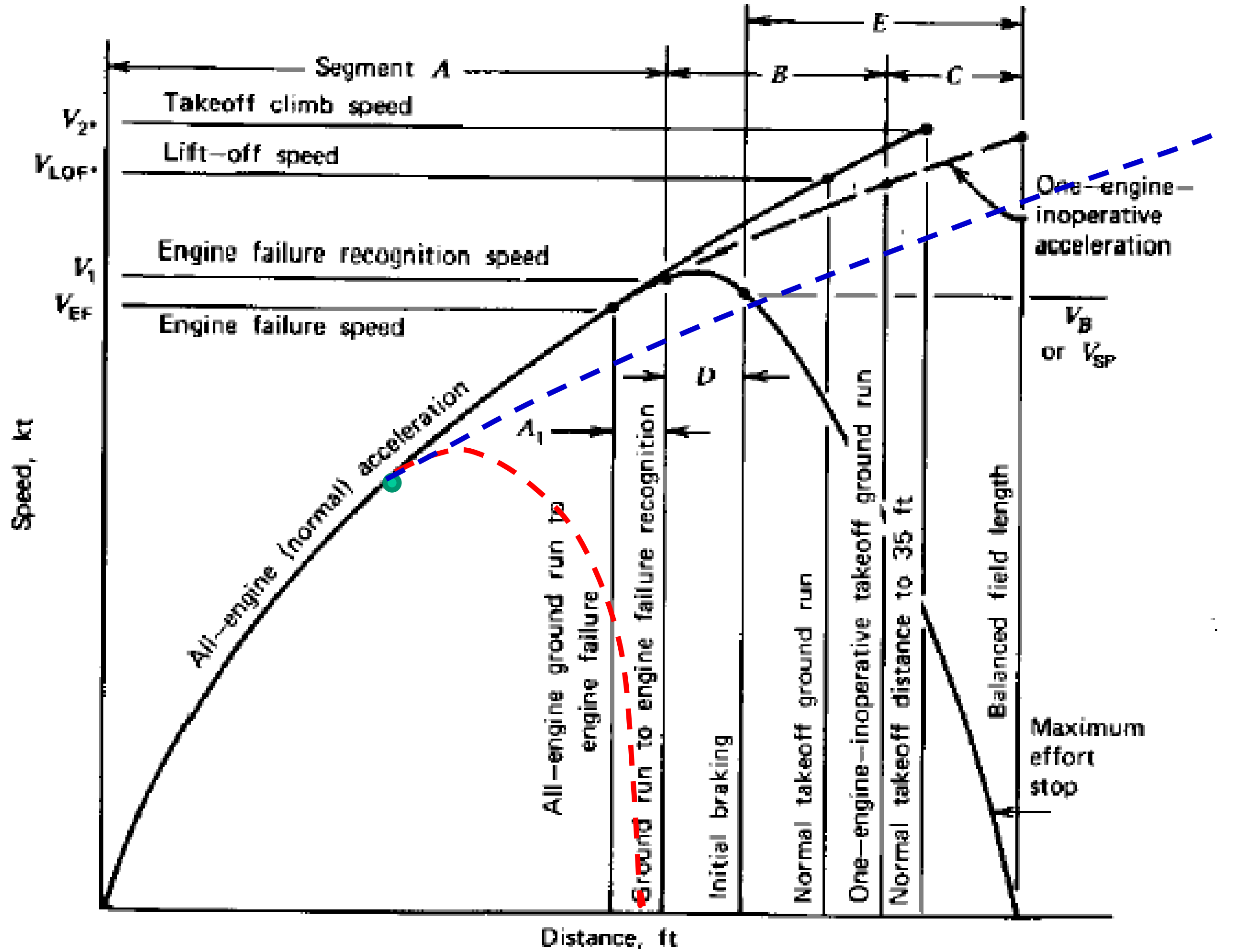
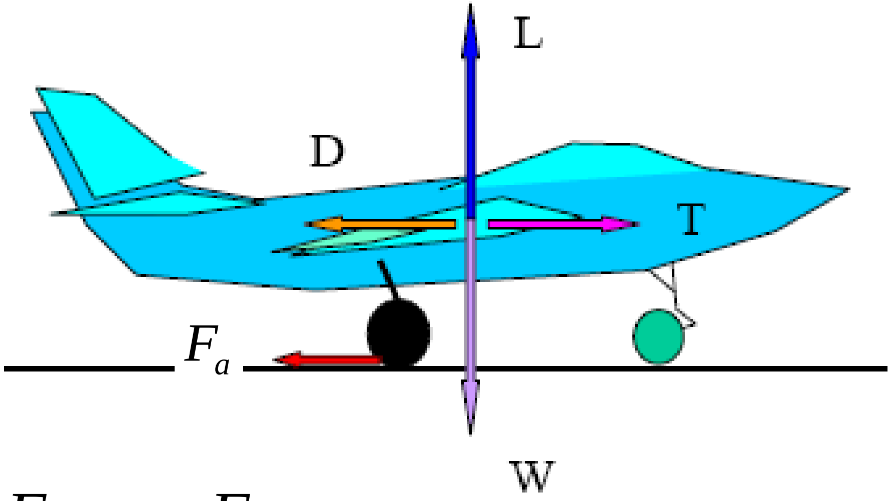


Figure 7.11 Definition of balanced field length.

DECOLLO

CORSA AL SUOLO Sg



Equazione della dinamica
Secondo asse x:

$$m \cdot a = F_{TOT}$$

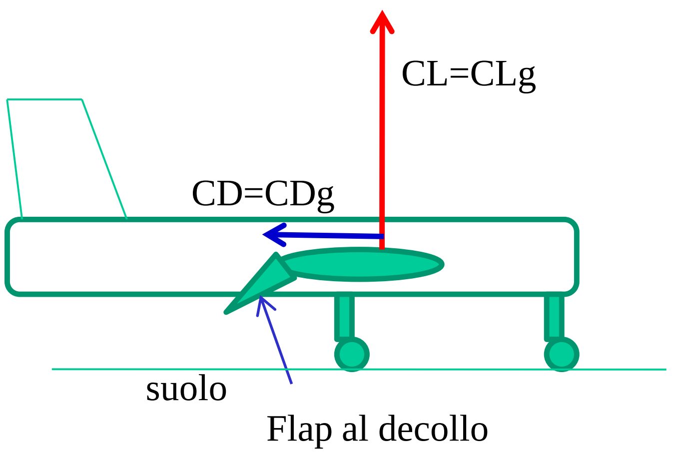
$$\frac{W}{g} a = \left[T - D - \mu F_z \right]$$

$$F_a = \mu \cdot F_z$$

$$F_z = (W - L)$$ Forza netta verticale sulle ruote

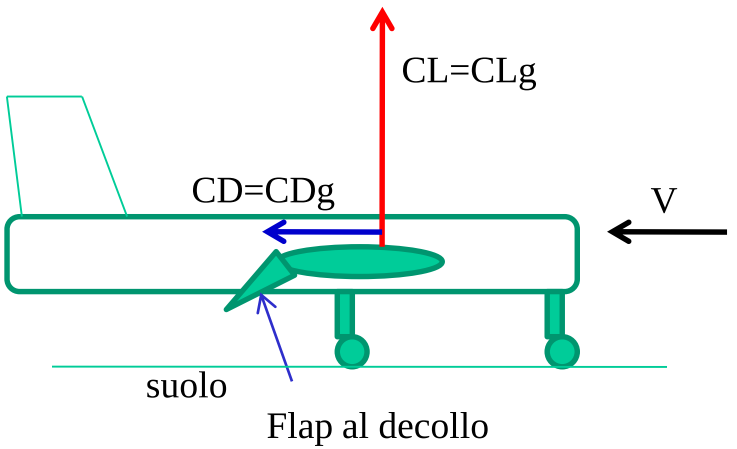
$\mu =$ coeff. attrito volvente tra ruota e pista ($\approx 0.020 \div 0.030$)

Durante la corsa di decollo l'assetto non cambia (fino alla rotazione e distacco). Il coefficiente di portanza e quello di resistenza, conseguentemente, sono costanti. Il coefficiente di portanza del velivolo, detto CLg (*g sta per ground*) è il coefficiente a basso assetto (la fusoliera è ad un angolo tra 1 e -2° con il suolo), ma tenendo conto della curva di portanza del velivolo con flap deflessi al decollo.



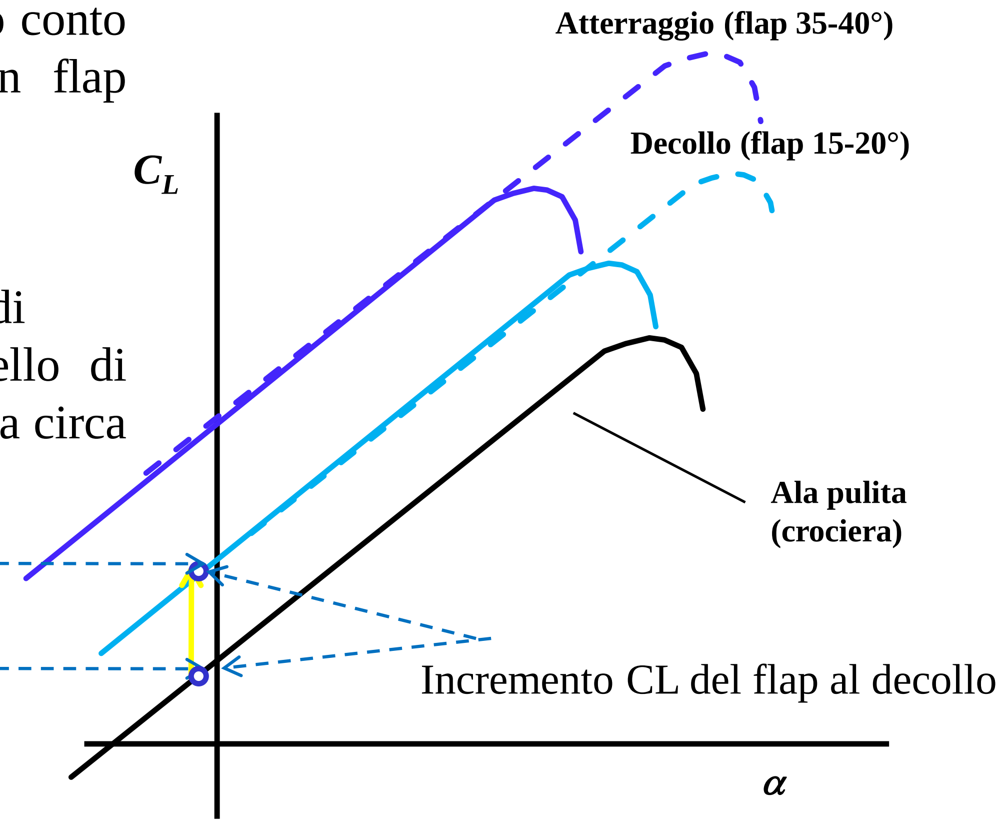
DECOLLO

CORSA AL SUOLO Sg



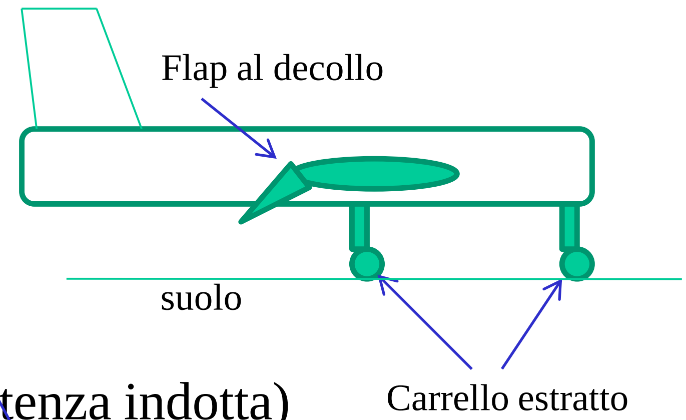
Durante la corsa di decollo l'assetto non cambia (fino alla rotazione e distacco). Il coefficiente di portanza e quello di resistenza, conseguentemente, sono costanti. Il coefficiente di portanza del velivolo, detto CLg (*g sta per ground*) è il coefficiente a basso assetto (la fusoliera è ad un angolo tra 1 e -2° con il suolo), ma tenendo conto della curva di portanza del velivolo con flap deflessi al decollo.

Con flap e slat deflessi parzialmente (circa 15-20°), l'incremento di CL a basse incidenze è di circa 0.40, comportando quindi Un incremento di CL da 0.25-0.35 (quello di crociera ad alfa prossimi a zero o circa -1°) a circa 0.70-0.80.



DECOLLO

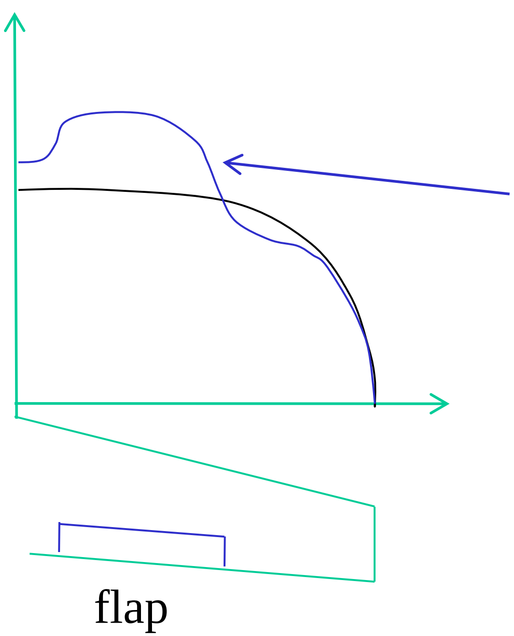
CORSA AL SUOLO Sg



$$C_{Dg} = C_{D0} + \Delta C_{D0_{FLAP}} + \Delta C_{D0_{CARR}} + \frac{C_{Lg}^2}{\pi AR \cdot e_{TO}} \cdot K_{ES}$$

Polare del velivolo in configurazione di decollo
(flap+carrello+effetto del flap ed effetto suolo sulla resistenza indotta)

$\Delta C_{D0_{FLAP}}$	dovuto alla deflessione del flap in decollo $(\cong 15°)$	:	tip. $0.015 \div 0.020$
$\Delta C_{D0_{CARR}}$	dovuto al carrello	:	tip. $0.010 \div 0.015$



Il fattore di Oswald con i flap (che modificano il carico aerodinamico in apertura) può ridursi di qualche punto %, quindi, ad esempio:

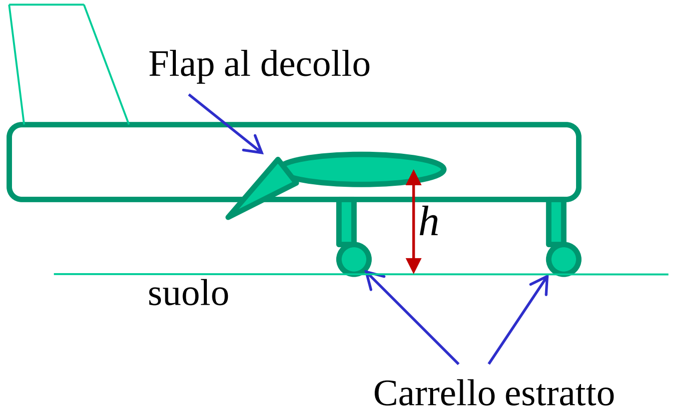
$$e = 0.80 \qquad e_{TO} = 0.76 \div 0.80$$

Fattore riduzione resistenza indotta in effetto suolo (vedi pag. seguente)

DECOLLO

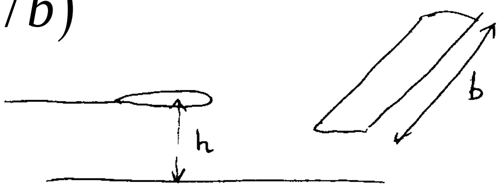
CORSA AL SUOLO Sg

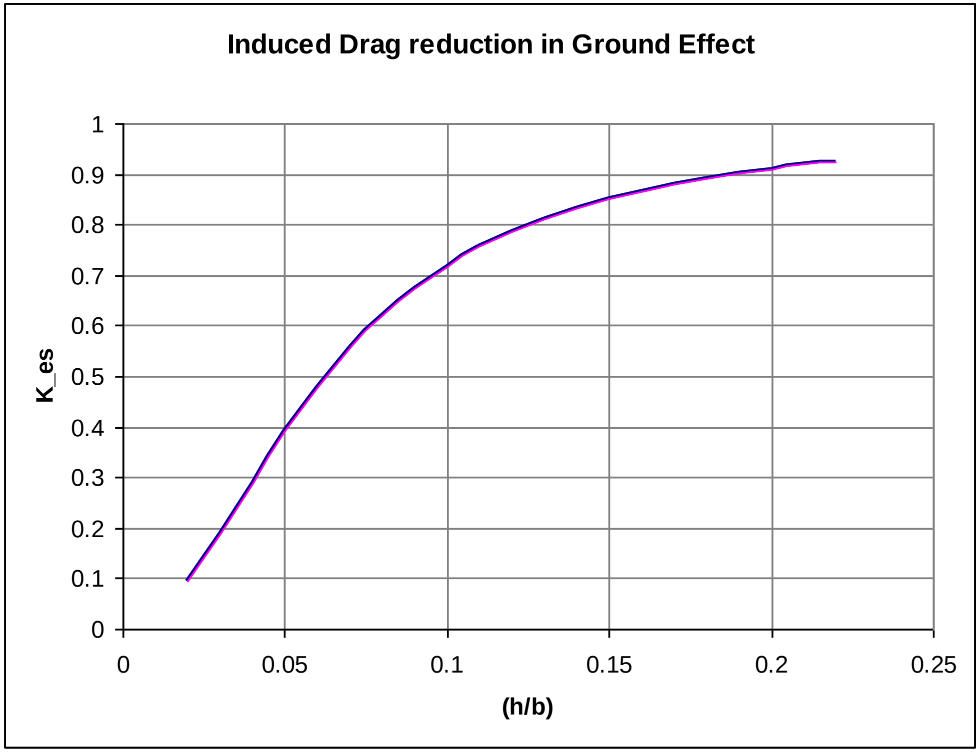
$$C_{Dg} = C_{D0} + \Delta C_{D0_{FLAP}} + \Delta C_{D0_{CARR}} + \frac{C_{Lg}^2}{\pi AR \cdot e_{TO}} \cdot K_{ES}$$



Riduzione resistenza indotta in effetto suolo

$$K_{ES} = \frac{(16h/b)^2}{1+(16h/b)^2}$$





Velivolo ad ala bassa (tipo trasporto a getto) $(h/b) \approx 0.10 - 0.12$

$K_{ES} = circa\ \ 0.72\text{-}0.77$

Velivolo ad ala alta (ad es ATR72) $(h/b) \approx 0.20$

$K_{ES} = circa\ \ 0.90$

In generale $K_{ES} = circa\ \ 0.75\text{-}0.90$

DECOLLO

CORSA AL SUOLO Sg

$$\frac{W}{g}a = \left[T - D - \mu F_z\right]$$

$$\frac{a}{g} = \left[\frac{T}{W} - \frac{D}{W} - \mu + \mu\frac{L}{W}\right]$$

$$\frac{a}{g} = \left[\frac{T}{W} - \mu - \left(C_{D0} + \Delta C_{D0_{TO}} + \frac{C_{Lg}^2}{\pi A\,\mathrm{Re}}K_{ES} - \mu C_{Lg}\right)\frac{\rho_0\sigma S}{2W}V^2\right]$$

$$\sigma = \frac{\rho}{\rho_0}$$

Solitamente il C_L di rullaggio è pari a circa 0.6-0.7 (vedi pag. 38)

DECOLLO

CORSA AL SUOLO Sg

$$\frac{a}{g}=\left[\frac{T}{W}-\mu-\left(C_{D0}+\Delta C_{D0_{TO}}+\frac{C_{Lg}^2}{\pi A\,\mathrm{Re}}K_{ES}-\mu C_{Lg}\right)\frac{\rho_0\sigma S}{2W}V^2\right]$$

Potrei trovare il C_{Lg} ottimale derivando rispetto al C_{Lg} e =0

$$2\frac{C_{Lg}}{\pi A\,\mathrm{Re}}K_{ES}-\mu=0$$

$$C_{Lg}=\frac{1}{2}\mu(\pi\cdot AR\cdot e)\frac{1}{K_{ES}}$$

= circa 0.40 per valori tipici di μ AR e K_{ES}

Sarebbe corrispondente ad alfa bassi (negativi con flap al decollo)

Solitamente il C_L di rullaggio è pari a circa 0.6-0.7 (vedi pag. 38)

DECOLLO

CORSA AL SUOLO Sg

$$\frac{a}{g}=\left[\frac{T}{W}-\mu-\left(C_{Dg}-\mu C_{Lg}\right)\frac{\rho_0\sigma S}{2W}V^2\right]$$

Poiché $a=\frac{dV}{dt}$ e $V=\frac{ds}{dt}$ $\Rightarrow$ $ds=\frac{VdV}{a}$

$$V_{LO}=1.1V_{S_{TO}}=K_{VLO}\,V_{S_{TO}}$$

Conoscendo il $C_{L_{MAX\,to}}$ $\left(C_{L_{MAX}}\text{ in configurazione di decollo}\right)$ cioè con flap deflessi di circa $15°\div 20°$,

è possibile ricavare $V_{s_{TO}}$ e quindi V_{LO}

$$S_G=\int_0^{V_{LO}}dS=\int_0^{V_{LO}}\frac{VdV}{a}$$

DECOLLO

CORSA AL SUOLO Sg

$$S_G = \int_0^{V_{LO}} dS = \int_0^{V_{LO}} \frac{VdV}{a}$$

$$\frac{a}{g} = \left[\frac{T}{W} - \mu - \left(C_{Dg} - \mu C_{Lg} \right) \frac{\rho_0 \sigma S}{2W} V^2 \right]$$

$$S_G = \frac{1}{2g} \int_0^{V_{LO}} \frac{d\left(V^2\right)}{\left[\frac{T}{W} - \mu - \frac{\rho_0 \sigma S}{2W} C_{D_1} V^2 \right]}$$

$$C_{D_1} = C_{Dg} - \mu C_{Lg}$$

Spinta media durante la corsa (costante quindi con V)

$$S_G = \frac{1}{2g} \int_0^{V_{LO}} \frac{d\left(V^2\right)}{A + BV^2}$$

$$A = \frac{\overline{T}}{W} - \mu \qquad B = -\frac{\rho_0 \sigma S}{2W} C_{D_1}$$

DECOLLO

CORSA AL SUOLO Sg

$$S_G = \frac{1}{2g}\int_0^{V_{LO}} \frac{d\left(V^2\right)}{A + BV^2} \qquad A = \frac{\bar{T}}{W} - \mu \qquad B = -\frac{\rho_0 \sigma S}{2W} C_{D_1}$$

$$S_G = \frac{1}{B}\left[\ln\left(A + BV_d^2\right) - \ln A\right] = \frac{1}{B}\ln\left(\frac{A + BV_d^2}{A}\right)$$

$$S_G = \frac{1}{2g}\frac{2W}{\rho_0 \sigma S C_{D_1}} \ln\left[\frac{\frac{\bar{T}}{W} - \mu}{\frac{\bar{T}}{W} - \mu - \frac{C_{D_1}}{C_{L_{MAX_{TO}}}} K_{VLO}{}^2}\right]$$

DECOLLO

CORSA AL SUOLO Sg

$$S_G = \frac{1}{2g}\frac{2W}{\rho_0 \sigma S C_{D_1}} ln\left[\frac{\frac{\bar{T}}{W}-\mu}{\frac{\bar{T}}{W}-\mu-\frac{C_{D_1}}{C_{L_{MAX_{TO}}}}K_{VLO}^{\ 2}}\right]$$

se $K_{VLO} = \frac{V_{LO}}{V_{S\_TO}} = 1.1$

Nei velivoli a getto il K_{VLO} tende ad essere intorno ad 1.1, ma nei velivoli ad elica può anche arrivare a valori prossimi ad 1.2.

La velocità di passaggio sull'ostacolo V_2 è invece generalmente sempre posta uguale ad 1.2

$$S_G = \frac{1}{2g}\frac{2W}{\rho_0 \sigma S C_{D_1}} \ln\left[\frac{\frac{\bar{T}}{W}-\mu}{\frac{\bar{T}}{W}-\mu-\frac{C_{D_1}}{C_{L_{MAX_{TO}}}}1.21}\right]$$

DECOLLO

CORSA AL SUOLO Sg

$$S_G = \frac{1}{2g}\frac{2W}{\rho_0 \sigma S C_{D_1}} \ln\left[\frac{\frac{\bar{T}}{W}-\mu}{\frac{\bar{T}}{W}-\mu-\frac{C_{D_1}}{C_{L_{MAX_{TO}}}}1.21}\right] \qquad \text{(TO-1)}$$

La relazione (TO-1) (con K_{VLO} =1.1) quindi è stata ricavata nell'approssimazione di spinta costante durante il decollo.

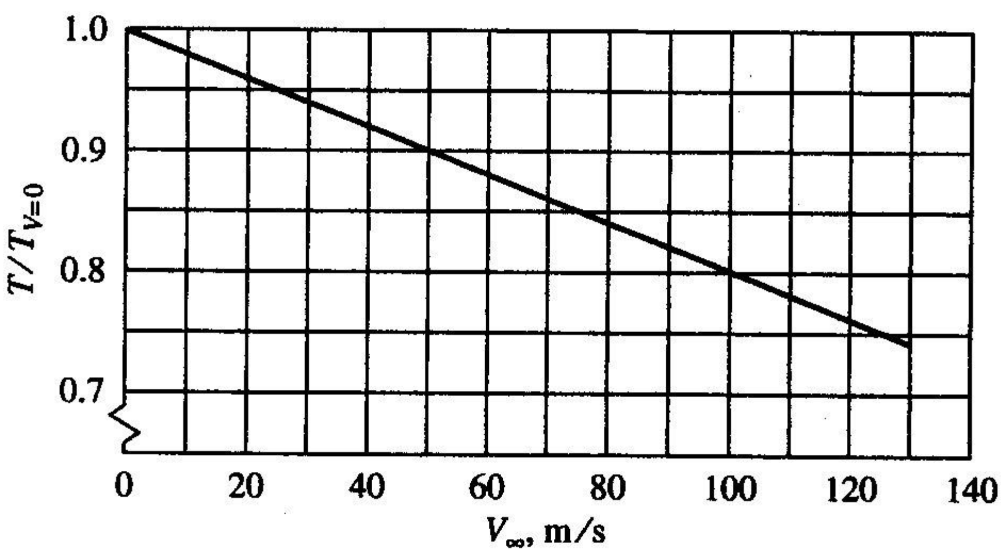
Si noti anche l'effetto della quota (direttamente su sigma, ma anche sulla spinta.
La temperatura (giornata calda influisce anche sulla densità (condizioni non-ISA) e sulla spinta T.

DECOLLO

CORSA AL SUOLO Sg

Si assume la T in corrisp. di 0.7 V

$$\bar{T} = [T]_{V=0.7V_{LO}} = \left[\frac{\Pi_a \cdot \eta_P}{0.7 \cdot V_{LO}}\right] \quad \text{ELICA}$$



JET $\quad \bar{T} = \frac{\bar{T}}{T_o} \cdot T_o$

DECOLLO

CORSA AL SUOLO Sg – Relazioni semplificate

$$S_G = \frac{1}{2}\int \frac{dV^2}{a}$$

$$a = \frac{g}{W}\left[T - D - \mu(W - L)\right]$$

$$S_G = \frac{W}{2g}\int \frac{dV^2}{\left[T - D - \mu(W - L)\right]}$$

$$S_G = \frac{W}{2g}\cdot V_{LO}{}^2 \cdot \frac{1}{\left[T - D - \mu(W - L)\right]_{0.7V_{LO}}}$$

$$V_{LO}{}^2 = (1.1 \cdot V_{S\_TO})^2 = 1.21 \cdot V_{S\_TO}{}^2$$

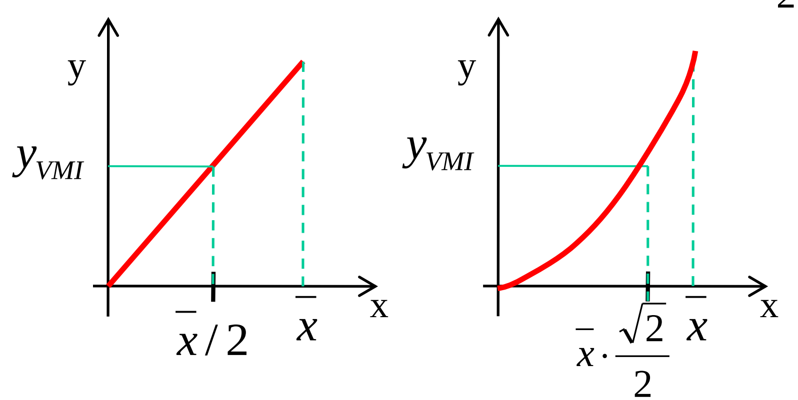
$$= 1.21 \cdot \frac{2}{\rho}\frac{W}{S}\frac{1}{C_{L\,MAX\_TO}}$$

Assumo la forza agente pari ad un valore medio e quindi elimino la variabilità con V.

Il valore medio viene calcolato ad una velocità pari a 0.70 della velocità finale (lift-off).

Il fattore 0.70 (e non magari 0.50) deriva dal fatto che essendo la variabilità delle forze (almeno quelle aerodinamiche) essenzialmente quadratica con V, la x=0.70 è la x che fornisce il valore medio integrale di una funzione parabolica.

$$0.70 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



DECOLLO

CORSA AL SUOLO Sg – Relazioni semplificate

$$V_{LO}^{\;2} = (1.1 \cdot V_{S\_TO})^2 = 1.21 \cdot V_{S\_TO}^{\;2} = 1.21 \cdot \frac{2}{\rho} \frac{W}{S} \frac{1}{C_{L\,MAX\_TO}}$$

$$\boxed{S_G = \frac{W}{2g} \cdot 1.21 \cdot (W/S) \cdot \left(\frac{2}{\rho}\right) \cdot \frac{1}{C_{L\,MAX\_TO}} \cdot \frac{1}{\left[T - D - \mu(W-L)\right]_{0.7V_{LO}}}}$$

(TO-2)

O in generale…

$$\boxed{S_G = \frac{W}{2g} \cdot K_{VLO}^{\;2} \cdot (W/S) \cdot \left(\frac{2}{\rho}\right) \cdot \frac{1}{C_{L\,MAX\_TO}} \cdot \frac{1}{\left[T - D - \mu(W-L)\right]_{0.7V_{LO}}}}$$

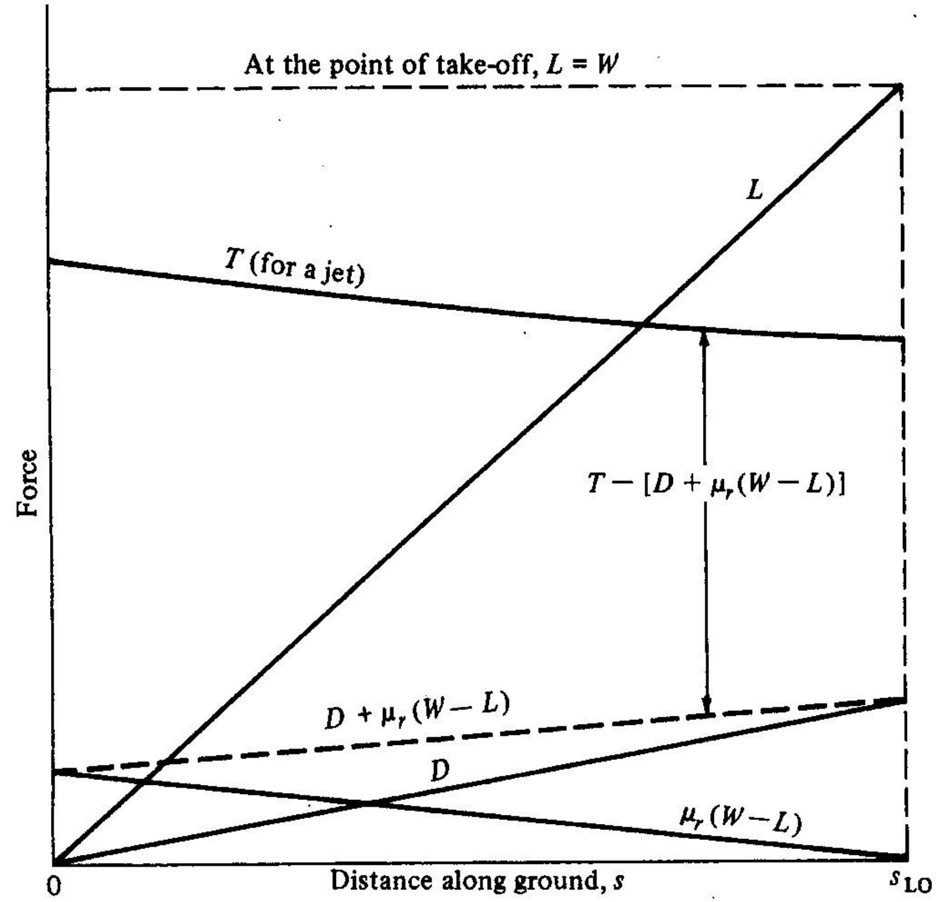
DECOLLO

CORSA AL SUOLO Sg – Relazioni semplificate

$$S_G = \frac{W}{2g} \cdot 1.21 \cdot (W/S) \cdot \left(\frac{2}{\rho}\right) \cdot \frac{1}{C_{L\,MAX\_TO}} \cdot \frac{1}{\left[T - D - \mu(W - L)\right]_{0.7V_{LO}}} \qquad \text{(TO-2)}$$

$$\left[\mathrm{T} - \mathrm{D} - \mu(\mathrm{W} - \mathrm{L})\right]$$

È abbastanza cost



ULTERIORE APPROSSIMAZIONE

$$\left[\mathrm{T} - \mathrm{D} - \mu(\mathrm{W} - \mathrm{L})\right] \approx \mathrm{T}$$

DECOLLO

CORSA AL SUOLO Sg – Relazioni semplificate

ULTERIORE APPROSSIMAZIONE $\left[T - D - \mu(W - L)\right] \approx T$

$$\bar{T} = \left[T\right]_{0.7 V_{LO}}$$

$$\boxed{S_G = \frac{1.21 \cdot (W/S)}{\rho g \cdot C_{L\,MAX\_TO} \cdot \left(\frac{\bar{T}}{W}\right)}} \qquad \text{(TO-3)}$$

- Il carico alare (W/S) ,

  al crescere di (W/S) aumenta la corsa, ecco per

  piccola
- Il rapporto tra la spinta ed il peso (ovviament

  riduce)
- Il CL massimo al decollo (con flap al decollo)
- La quota sul livello del mare (densità)

DECOLLO

CORSA AL SUOLO Sg - Riepilogo

$$K_{VLO} = \frac{V_{LO}}{V_{S\_TO}} \approx 1.1 - 1.15$$

$$S_G = \frac{1}{2g} \frac{2W}{\rho_0 \sigma S C_{D_1}} \ln \left[\frac{\frac{\bar{T}}{W} - \mu}{\frac{\bar{T}}{W} - \mu - \frac{C_{D_1}}{C_{L_{MAX_{TO}}}} (K_{VLO})^2} \right]$$

$$S_G = \frac{W}{2g} \cdot (K_{VLO})^2 \cdot (W/S) \cdot \left(\frac{2}{\rho} \right) \cdot \frac{1}{C_{L\,MAX\_TO}} \cdot \frac{1}{[T - D - \mu(W - L)]_{0.7V_{LO}}}$$

$$S_G = \frac{(K_{VLO})^2 \cdot (W/S)}{\rho g \cdot C_{L\,MAX\_TO} \cdot \left(\frac{\bar{T}}{W} \right)}$$

Si noti una dipendenza quadratica con il peso W.

DECOLLO – FASE DI INVOLO (*Airborne*)

$$F_r = L - W = W(n-1)$$

$$F_r = m\frac{V_\infty^2}{R} = \frac{W}{g}\frac{V_\infty^2}{R}$$

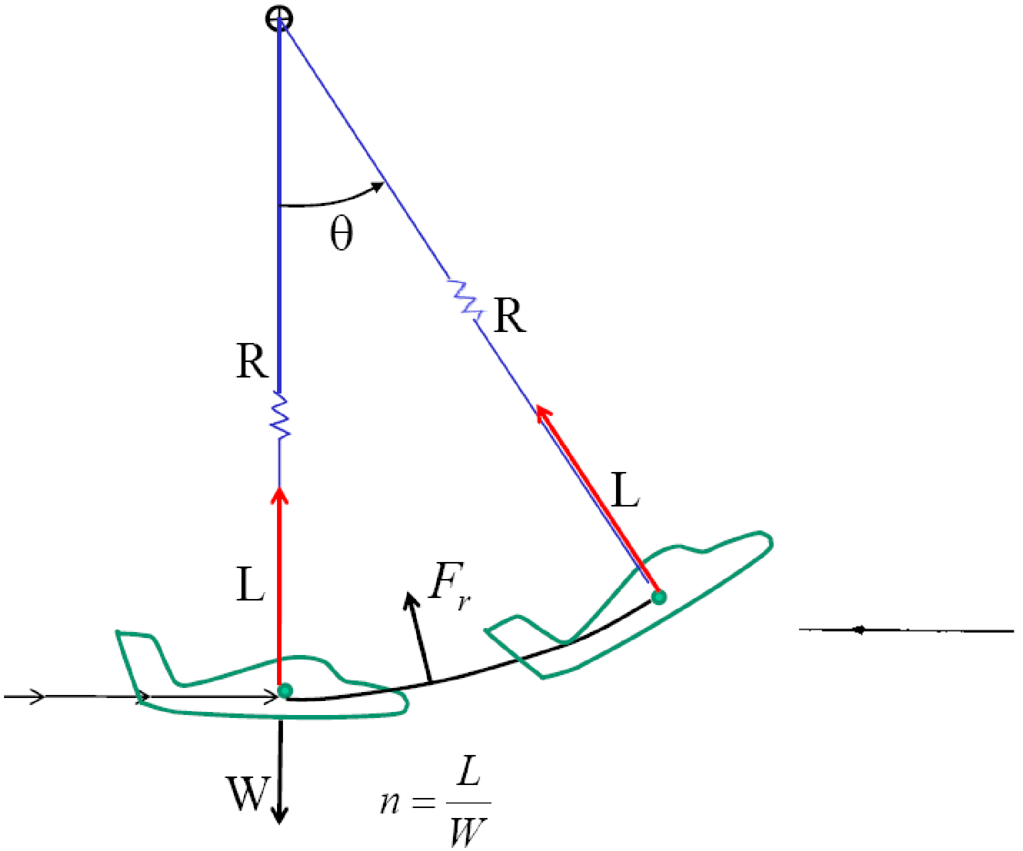
$$\longrightarrow \boxed{R = \frac{V_\infty^2}{g(n-1)}}$$

ma $\quad \omega = V_\infty / R$

$$\boxed{\omega = \frac{g(n-1)}{V_\infty}}$$

Manovra di richiamata

$$n = \frac{L}{W}$$ Fattore di carico n



DECOLLO

CORSA DI INVOLO

Durante la traiettoria circolare di involo la portanza sviluppata deve eguagliare la somma del peso e della forza centripeta.

$$L_{Air} > W$$

$$L = W + \frac{W}{g}\frac{V_{Air}^{2}}{R}$$

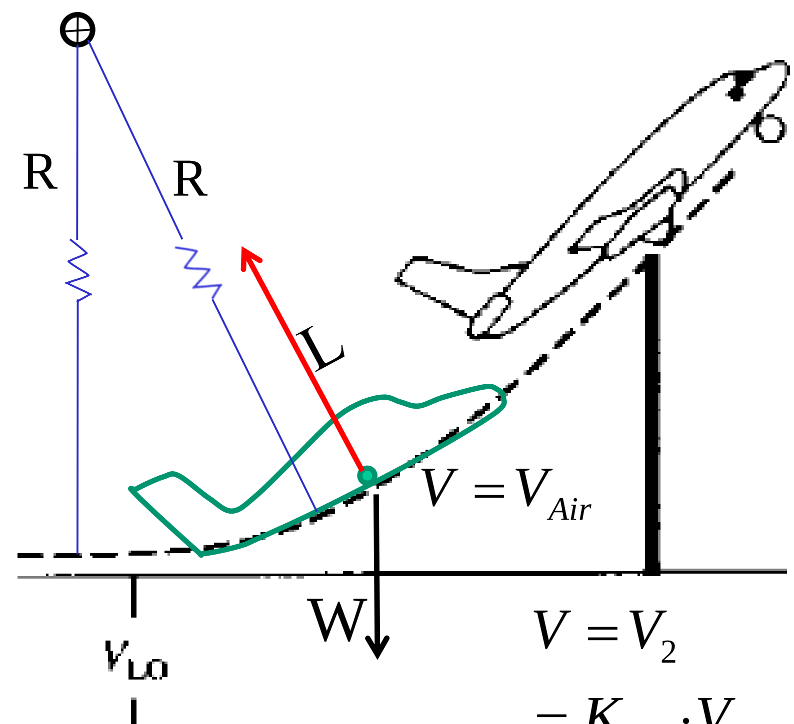
Dividendo tutto per W

$$n_{Air} = 1 + \frac{V_{Air}^{2}}{gR} \qquad (n_{Air} - 1) = \frac{V_{Air}^{2}}{gR}$$

$$R = \frac{V_{Air}^{2}}{g(n_{Air} - 1)} = \frac{K_{VAir}^{2} \cdot V_{S\_TO}^{2}}{g \cdot (n_{Air} - 1)}$$

La V nella fase di involo V_{Air} si può assumere costante e pari alla media tra la V al distacco V_{LO}(es. 1.1 V_{s_TO}) e la V al supermento dell'ostacolo V_2 (es. 1.20 V_{s_TO}), quindi ad esempio =1.15 V_{s_TO}

$$V_{Air} = K_{VAir} \cdot V_{S\_TO} = \left(\frac{K_{VLO} + K_{V2}}{2}\right) \cdot V_{S\_TO}$$



$$n = \frac{L}{W}$$

Fattore di carico n

DECOLLO CORSA DI INVOLO

$$R = \frac{V_{Air}^{2}}{g \cdot (n_{Air} - 1)}$$

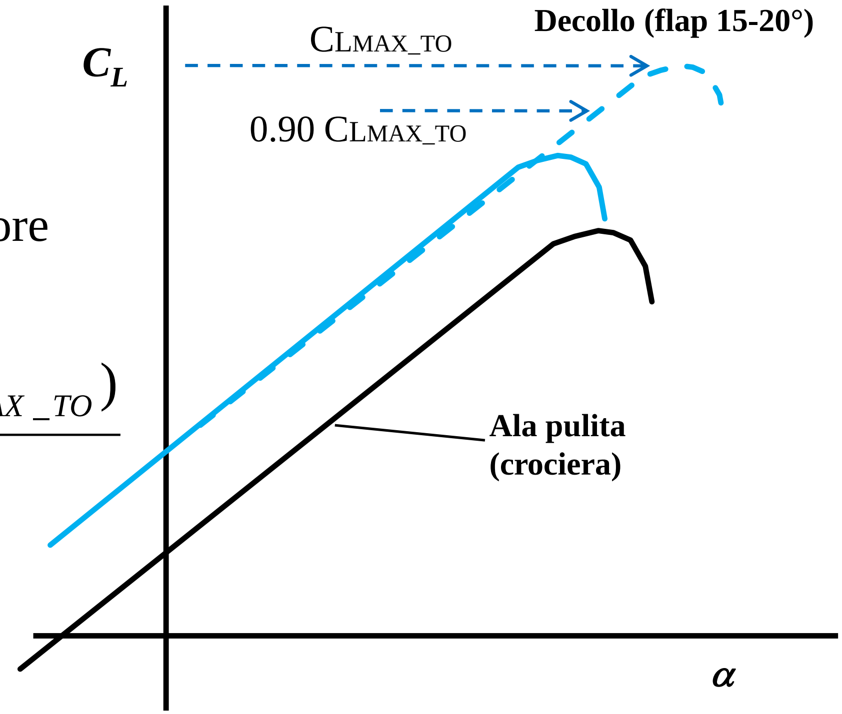
Per ricavare R è necessario conoscere V ed n

Come dicevamo la V si può assumere costante e pari alla media tra la V al distacco V_{LO}(es. 1.1 V_{S_TO}) e la V al supermanto dell'ostacolo (es. 1.20 V_{S_TO}), quindi ad esempio =1.15 V_{S_TO}

Durante la traiettoria curvilinea di involo, si può assumere che il pilota si porti in prossimità dello stallo, cioè degli angoli di salita massimi, ma ovviamamente con un certo margine di sicurezza. Assumiamo che l'angolo di attacco (alfa) conseguito sia tale da arrivare al 90% del massimo coefficiente di portanza :

C_L=0.90 C_{LMAX_TO}

$$C_L = K_{CLAir} \cdot C_{L_{MAX\_TO}}$$



Con i valori di V e C_L assunti, si può ricavare il fattore di carico n durante la fase di involo (airborne)

$$n_{Air} = \frac{L}{W} = \frac{\frac{1}{2}\rho \cdot \left(K_{VAir} \cdot V_{S\_TO}\right)^2 \cdot S \cdot (K_{CLAir} \cdot C_{LMAX\_TO})}{W}$$

DECOLLO — CORSA DI INVOLO

$$n_{Air} = \frac{L}{W} = \frac{\frac{1}{2}\rho \cdot \left(K_{VAir} \cdot V_{S\_TO}\right)^2 \cdot S \cdot (K_{CLAir} \cdot C_{L\,MAX\_TO})}{W}$$

Ricordando la definizione di velocità di stallo: $W = \frac{1}{2}\rho \cdot V_{S\_TO}{}^2 \cdot S \cdot C_{L\,MAX\_TO}$

Quindi: $n_{Air} = \left(K_{VAir}\right)^2 \cdot (K_{CLAir})$ Con : $K_{VAir} = \frac{K_{VLO} + K_{V2}}{2}$

E quindi: $R = \frac{\left(K_{VAir} \cdot V_{S\_TO}\right)^2}{g \cdot \left(n_{Air} - 1\right)}$

Ad esempio, con: $K_{VAir} = 1.15$

$K_{CLAir} = 0.90$

$$R = \frac{\left(1.15 \cdot V_{S\_TO}\right)^2}{g \cdot \left(1.19 - 1\right)}$$

N.B.

Teniamo presente che il valore di n=1.19 è legato al fattore 1.15 (media tra 1.10 e 1.20) e all'aver assunto un CL di involo pari a 0.90 del Cl_{max_TO}. Se, ad esempio, si ha in input che invece la velocità di lift-off da assumere è 1.14 della V_{S_TO} e quella di involo (V_2) è 1.20, il valore medio è 1.17. In tal caso il fattore di carico da usare sarebbe:

$$n = \left(1.17\right)^2 \cdot (0.90) = 1.23$$

In effetti, in molti testi di Meccanica del volo è riportato che il fattore di carico durante la fase di involo è pari all'incirca ad 1.20.

DECOLLO CORSA DI INVOLO

$$R = \frac{\left(K_{VAir} \cdot V_{S\_TO}\right)^2}{g \cdot \left(n_{Air} - 1\right)}$$

Formula con velocità media pari a 1.15 (media tra 1.10 ed 1.20) e CL pari a 0.90 del CL massimo.

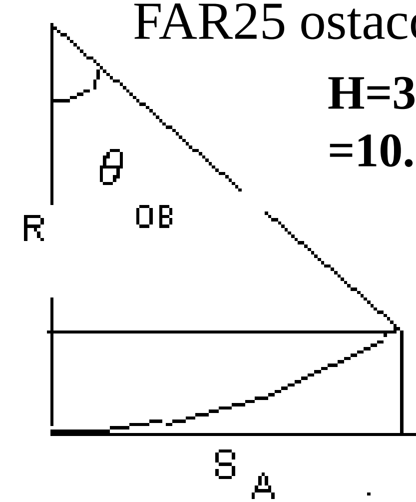
Ad esempio con $V_{S\_TO} = 65\, m/s$

$$R = \frac{\left(1.15 \cdot 65\right)^2}{g \cdot \left(1.19 - 1\right)} = 2998\, m$$

Per un velivolo da trasporto R di involo è all'incirca pari a 3000 m.

FAR25 ostacolo

H=35ft =10.7 m



Ricavato R si può ricavare Sa

$$S_A = R \cdot \sin\theta_{OB}$$

Per ricavare l'angolo di traiettoria di superamento dell'ostacolo si usa ancora una costruzione geometrica.

da cui: $$(R - H) = R \cdot \cos\theta_{OB}$$

$$\theta_{OB} = acos\left[1 - \frac{H}{R}\right]$$

Angolo piccolo … circa 4-5°.

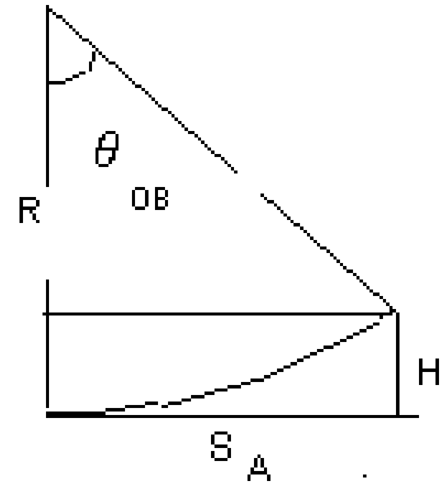
Ad esempio, assumendo R=3000 m, essendo H=35ft=10.7 m (oppure 50ft=15 m) :

$$\theta_{OB} = acos\left[1 - \frac{10.7}{3000}\right] = 4.8°$$

DECOLLO CORSA DI INVOLO

E quindi :

$$R = \frac{(1.15 \cdot 65)^2}{g \cdot (1.19 - 1)} = 2998\, m$$



$$S_A = R \cdot \sin\theta_{OB}$$

$$\theta_{OB} = \text{acos}\left[1 - \frac{10.6}{3000}\right] = 4.8°$$

Ricavato R e l'angolo si può ricavare S_A

$$S_A = 2998 \cdot \sin\theta_{OB} = 2998 \cdot 0.083 = 249m$$

Ovviamente questo è solo un esempio e si riferisce ad un velivolo con una velocità di stallo al decollo pari a circa 65 m/s.

Per velivoli di grosse dimensioni R può arrivare anche a 3500-4000 m e lo spazio di involo a 400 m circa.

In ogni caso la parte di involo è sempre più corta di quella di corsa al suolo. Tipicamente la corsa al suolo varia tra 800 e 1500 m (velivoli pesanti) e quella di involo tra 200 e 400 m (sempre nel caso di velivoli a getto pesanti, tipo B747 o A380).

DECOLLO Esempio applicativo B747

Dati Input:

$$W = W_{TO} = 360{,}000\ Kg \quad S = 540\ m^2 \quad b = 64.4m \quad AR = 7.68$$

$$C_{Do} = 0.0180 \quad e_{TO} = e = 0.83 \quad \Delta C_{Do\_TO} = 0.020$$

$$C_{Lg} = 0.70 \quad C_{L_{MAX\_TO}} = 2.1$$

$$K_{ES} = 0.80 \quad \mu = 0.030 \quad K_{VLO} = 1.1 \quad K_{V2} = 1.2 \quad K_{CLAir} = \frac{C_{L\,Air}}{C_{L_{MAX\_TO}}} = 0.90$$

$$T_0 = 4 \cdot 25{,}000\ Kg = 100{,}000\ Kg$$

$$V_{STO} := \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho_0 \cdot S \cdot CL_{maxTO}}} \quad V_{STO} = 71.294\,\frac{m}{s} \quad V_{STO} = 256.658\cdot\frac{km}{hr} \quad V_{LO} := 1.1 \cdot V_{STO} \quad V_{LO} = 78.423\,\frac{m}{s}$$

$$V_{LO} = 282.324 \cdot \frac{km}{hr}$$

Calcolo della corsa al suolo

$$a = \frac{dV}{dt} \qquad V = \frac{dS}{dt} \qquad dS = \frac{VdV}{a} = \frac{1}{2}\frac{dV^2}{a} \qquad S_g = \frac{1}{2}\int_0^{V_{LO}} \frac{dV^2}{a(V)} = \frac{1}{2}\frac{V_{LO}^2}{a_m}$$

$$\left(\frac{W}{g}\right) a_m = F_{x\_tot_m} = \left[T - D - \mu \cdot (W - L)\right]_m = \left[T - D - \mu \cdot (W - L)\right]_{V=0.70V_{LO}}$$

Calcoliamo tutte le forze aerodinamiche e la spinta in corrispondenza della V media pari a 0.70 della V di Lift-Off.

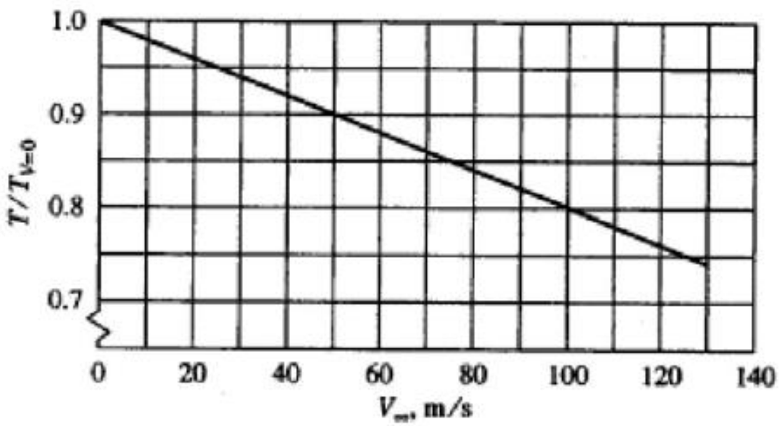
DECOLLO

Esempio applicativo B747

Calcoliamo tutte le forze aerodinamiche e la spinta in corrispondenza della V media pari a 0.70 della V di Lift-Off.

$V := 0.7 \cdot V_{LO}$ $\quad V = 54.896 \frac{m}{s}$ $\quad V = 197.627 \cdot \frac{km}{hr}$

Calcolo spinta media motori:



$KT := 1 - 0.20 \cdot \frac{V}{100 \cdot \frac{m}{s}}$ $\quad KT = 0.89$ $\quad T := (KT) \cdot T_0$

$T = 8.73 \times 10^5 N$ $\quad \boxed{T = 89021 \cdot kgf}$

Calcolo resistenza aerodinamica media durante corsa al suolo(CL=CLg):

$CDind\_TO := \frac{CL_G^{\ 2}}{\pi \cdot AR \cdot e} \cdot K_{ES}$ $\quad CDind\_TO = 0.02$

$CD_G := CD_0 + \Delta CDo + \frac{CL_G^{\ 2}}{\pi \cdot AR \cdot e} \cdot K_{ES}$ $\quad CD_G = 0.058$

$D := \frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot S \cdot V^2 \cdot CD_G$ $\quad D = 57386.8\,N$ $\quad \boxed{D = 5852 \cdot kgf}$

DECOLLO   Esempio applicativo B747

Calcoliamo tutte le forze aerodinamiche e la spinta in corrispondenza della V media pari a 0.70 della V di Lift-Off.

Calcolo portanza aerodinamica media (durante corsa al suolo):

$L := \frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot S \cdot V^2 \cdot CL_G \qquad L = 6.977 \times 10^5 \, N$

$$\boxed{L = 71148 \cdot kgf}$$

Calcolo forza attrito media (durante corsa al suolo):

$Fa := \mu \cdot (W - L) \qquad Fa = 8.498 \times 10^4 \, N$

$$\boxed{Fa = 8666 \cdot kgf}$$

Forza attrito media

FORZA TOTALE MEDIA

$Fxtot := T - D - \mu \cdot (W - L) \qquad Fxtot = 7.306 \times 10^5 \, N \qquad Fxtot = 74503 \cdot kgf$

Qui riassumo le forze medie in gioco:

T=89021 Kgf	spinta media
D=5852 Kgf	resistenza aerodinamica media
Fa=8666 Kgf	forza attrito media
Fx_tot= 74503 Kgf	forza tot media

La spinta è abbastanza maggiore delle altre forze.

DECOLLO Esempio applicativo B747

Calcoliamo tutte le forze aerodinamiche e la spinta in corrispondenza della V media pari a 0.70 della V di Lift-Off.

Qui riassumo le forze medie in gioco:

T=89021 Kgf spinta media

D=5852 Kgf resistenza aerodinamica media

Fa=8666 Kgf forza attrito media

Fx_tot= 74503 Kgf forza tot media

calcolo accelerazione media con peso

$$ac := \frac{T - D - \mu \cdot (W - L)}{\frac{W}{g}}$$

$$\boxed{ac = 2.03 \frac{m}{s^2}}$$

$$S_g = \frac{1}{2}\int_0^{V_{LO}} \frac{dV^2}{a(V)} = \frac{1}{2}\frac{V_{LO}^2}{a_m}$$

$$S_g = \frac{1}{2}\frac{(78.42)^2}{2.03} = 1515\, m$$

Se avessi usato solo la spinta per calcolare l'accelerazione, cioè trascurando tutte le altre forze (attrito + resistenza aerodinamica) avremmo:

$$a_{appr} = \frac{T_m}{W/g} = \frac{89{,}021}{360{,}000/9.81} = 2.42 \frac{m}{s^2}$$

$$S_{g\_appr} = \frac{1}{2}\frac{(78.42)^2}{2.42} = 1270\, m$$

Calcoliamo ora la **CORSA DI INVOLO**

(vedi pagina seguente)

DECOLLO Esempio applicativo B747

CALCOLO CORSA DI INVOLO (Airborne Distance)

$$K_{VLO} = 1.10 \quad K_{V2} = 1.20 \quad K_{CLair} := 0.90$$

$$K_{VAir} = \left(\frac{K_{VLO} + K_{V2}}{2}\right) = 1.15$$

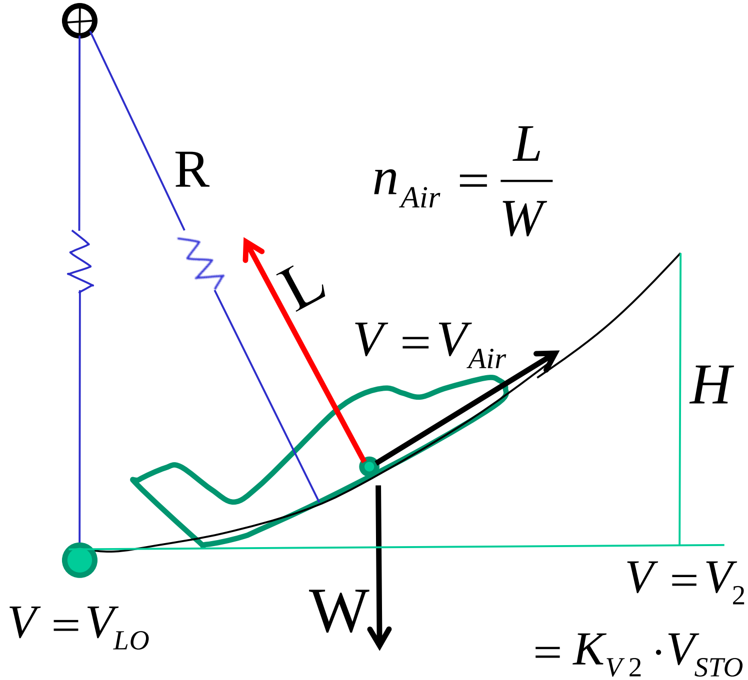
$$V_{Air} = K_{VAir} \cdot V_{S\_TO} = \left(\frac{K_{VLO} + K_{V2}}{2}\right) \cdot V_{S\_TO} = 1.15 \cdot 71.29 = 81.99\, m/s$$

Calcolo fattore di carico n durante involo:

$$n_{Air} = \frac{L}{W} = \frac{\frac{1}{2}\rho \cdot \left(K_{VAir} \cdot V_{S\_TO}\right)^2 \cdot S \cdot (K_{CLAir} \cdot C_{L\,MAX\_TO})}{W}$$

$$n_{Air} = \left(K_{VAir}\right)^2 \cdot (K_{CLAir}) = (1.15)^2 \cdot (0.90) = 1.19$$

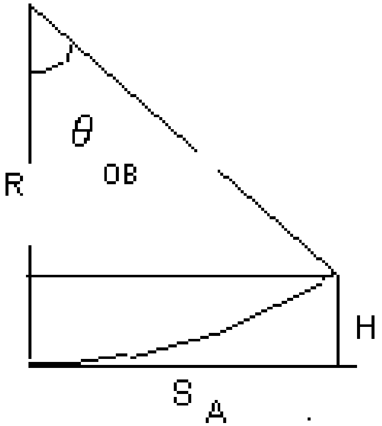
$$R = \frac{V_{Air}{}^2}{g \cdot (n_{Air} - 1)} = \frac{81.99^2}{9.81 \cdot 0.19} = 3603\, m$$



DECOLLO <u>Esempio applicativo B747</u>

CALCOLO CORSA DI INVOLO (Airborne Distance) (continua)

$$R = \frac{V_{Air}^{2}}{g \cdot (n_{Air} - 1)} = 3603\, m$$

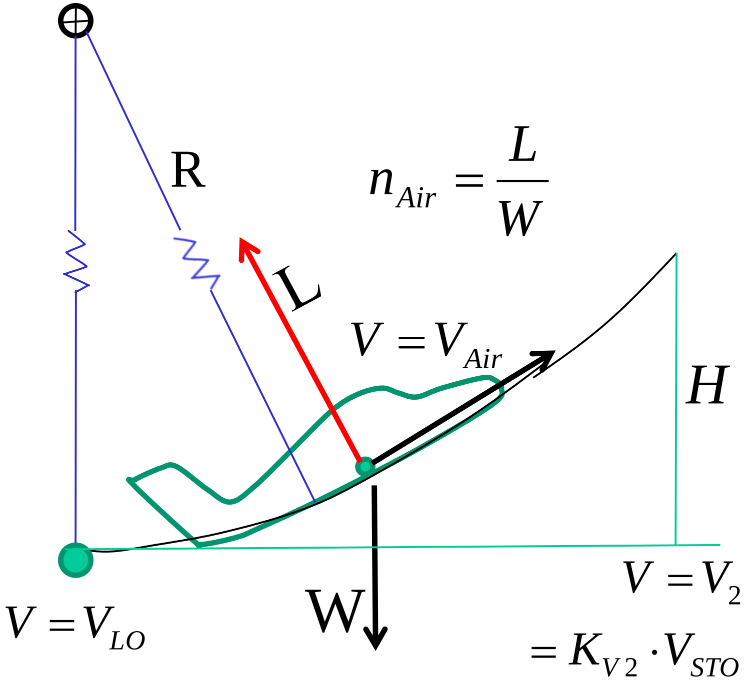


$$H = 35\, ft = 10.7\, m$$

$$(R - H) = R \cdot \cos\theta_{OB}$$

$$\theta_{OB} = acos\left[1 - \frac{H}{R}\right] = a\cos\left(1 - \frac{10.7}{3603}\right) = 4.42°$$

$$S_A = R \cdot \sin\theta_{OB} = 3603 \cdot sen(4.42°) = 278\, m$$



INFINE , Corsa Totale:

$$S_{TO} = S_G + S_A = 1515 + 278 = 1793\, m$$

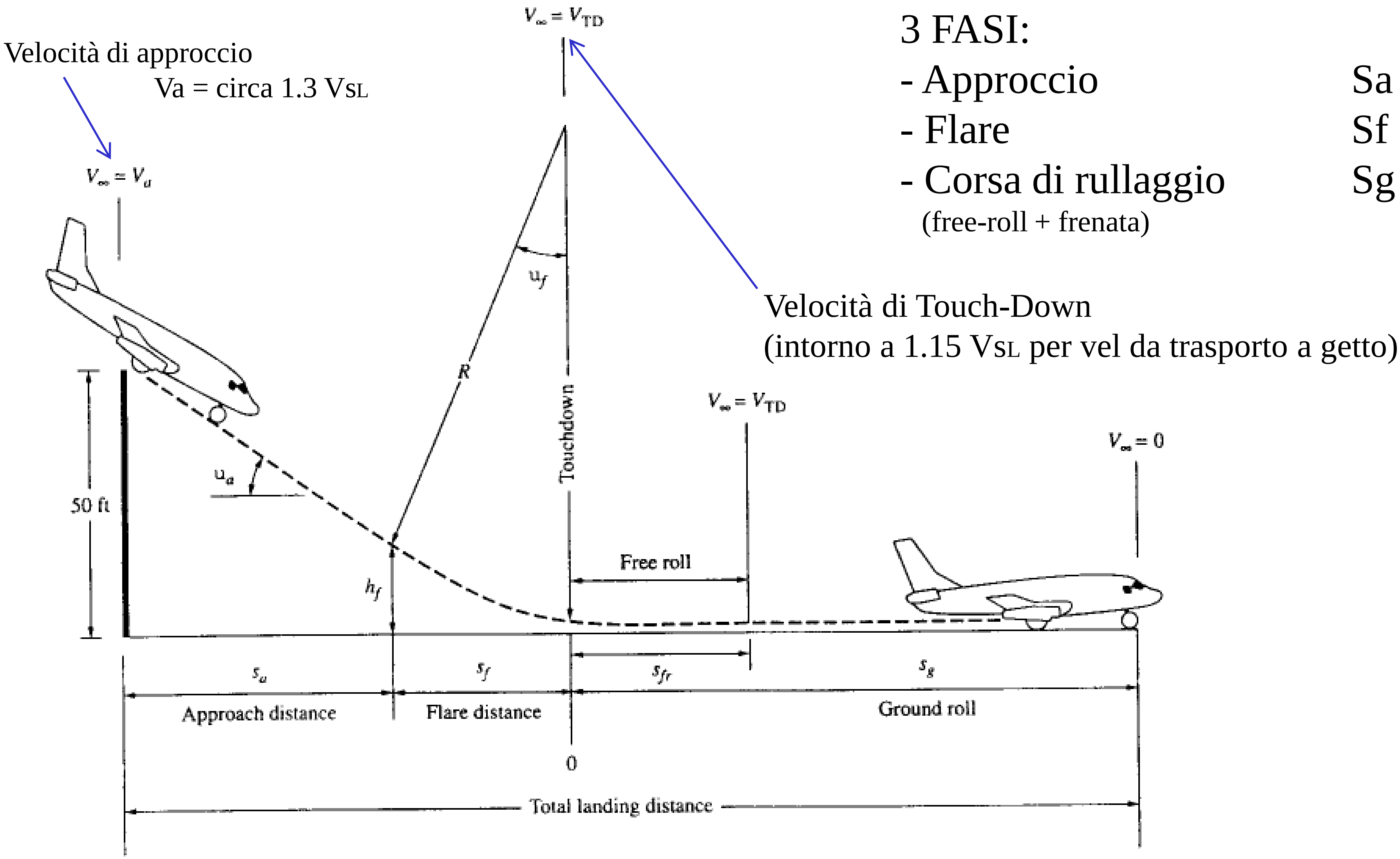
ATTERRAGGIO CORSA DI ATTERRAGGIO

Velocità di stallo in configurazione di atterraggio (flap a 35-40°) V_{SL}. Teniamo presente che il peso massimo all'atterraggio può essere minore di quello massimo al decollo, ad es. W_L=0.90 W_{TO}

$$V_{SL} = \sqrt{\frac{2}{\rho_0}\frac{W_L}{S}\frac{1}{C_{L_{MAX\_L}}}}$$

3 FASI:

- Approccio Sa
- Flare Sf
- Corsa di rullaggio Sg
  (free-roll + frenata)



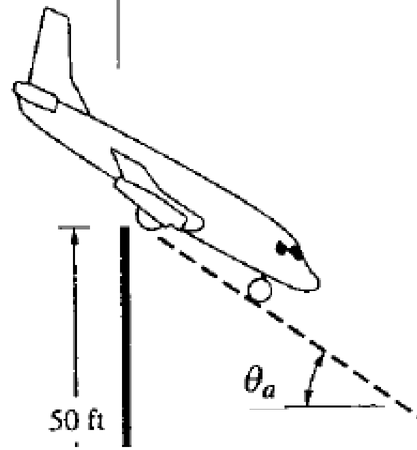
ATTERRAGGIO

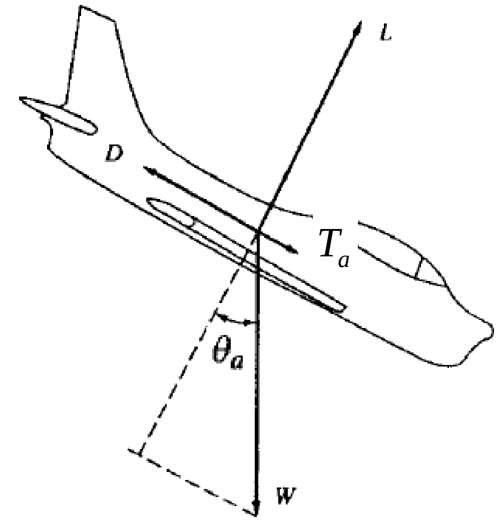
Distanza di approccio

$$L = W \cos\theta_a$$

$$D = T + W \sin\theta_a$$

$$\sin\theta_a = \frac{D - T}{W} = \frac{D}{W} - \frac{T}{W}$$





T_a

Spinta motori nella fase di approccio (tipicamente intorno al 20%, quindi quasi al minimo).

Angolo di approccio piccolo (circa 3°- 4°)

$\cos\theta_a \approx 1 \qquad L \approx W$

$$\sin\theta_a = \frac{1}{L/D} - \frac{T}{W}$$

$$\boxed{T_a = \varphi_a \cdot T_0 \cdot K_{Ta}(V_a)}$$

$\varphi_a \approx 0.20$

$K_{Ta}\,(V)$

$$sen\,\theta_a = \frac{1}{E_a} - \frac{T_a}{W}$$

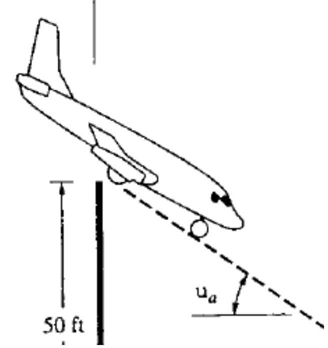
Assegnata la velocità di approccio : $V_A = 1.3 \cdot V_{SL}$ è possibile calcolare il C_L

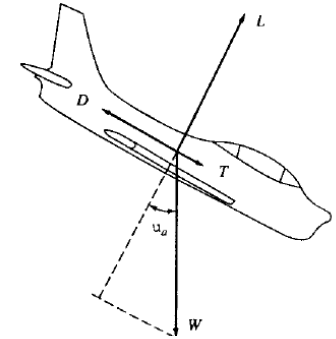
$$C_{La} = \frac{C_{L_{MAX\_L}}}{(1.3)^2} = \frac{C_{L_{MAX\_L}}}{1.69} \qquad C_{Da} = C_{Do} + \Delta C_{Do\_L} + \frac{C_{La}^{\;2}}{\pi \cdot AR \cdot e_L} \cdot K_{ES} \qquad E_a = \frac{C_{La}}{C_{Da}}$$

Il delta_CDo è relativo (come al decollo) all'effetto di flap deflessi e carrello estratto. Come nel decollo c'è la resistenza indotta con un possibile diverso fattore Oswald e l'effetto suolo.

ATTERRAGGIO

Distanza di approccio





$$L = W \cos\theta_a$$

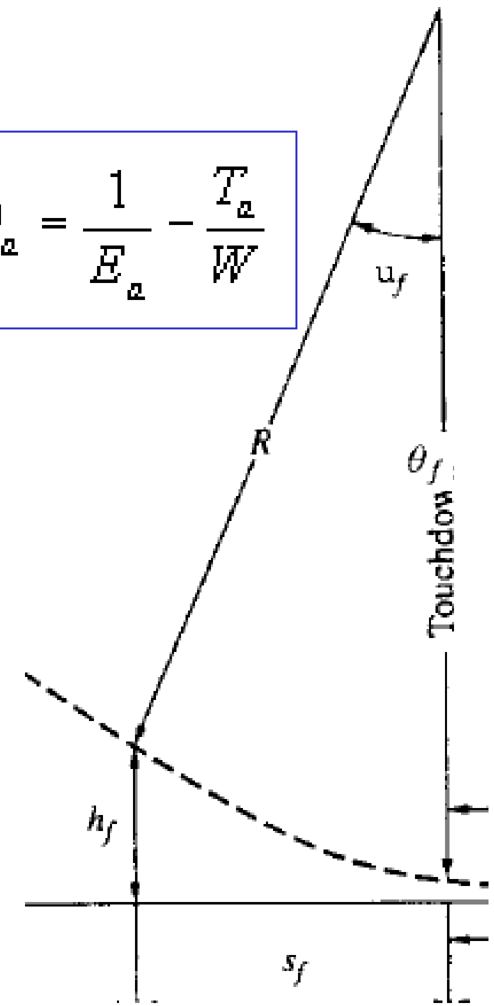
$$D = T + W \sin\theta_a$$

$$\sin\theta_a = \frac{D - T}{W} = \frac{D}{W} - \frac{T}{W}$$

Angolo di approccio piccolo (circa 3°- 4°)
Può essere calcolato con la formula (data la spinta T) oppure può essere assegnato.

$$\boxed{sen\,\theta_a = \frac{1}{E_a} - \frac{T_a}{W}}$$

$$sen\,\theta_a = \frac{1}{E_a} - \frac{T_a}{W}$$



Ed inoltre : $\theta_f = \theta_a$. $\quad h_f = R - R\cos\theta_f$

$$\boxed{h_f = R(1 - \cos\theta_a)}$$

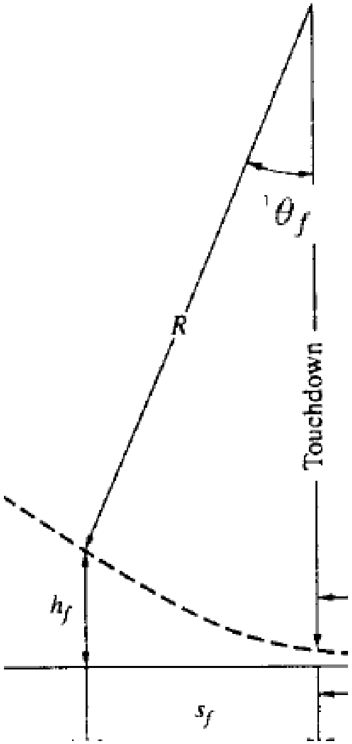
Come ricavo R ?
=> traiettoria ed equazioni della richiamata

ATTERRAGGIO Distanza di approccio

Come ricavo R ?

=> traiettoria ed equazioni della richiamata (*FLARE*)

$$R = \frac{V_\infty^2}{g(n-1)}$$



-Si assume per il *flare* una V pari alla media tra 1.3 V_{SL} (la Va) e V_{TD}=1.15 V_{SL} (al touch down), quindi una V=1.23 V_{SL}

$$V_f = 1.23\, V_{SL}$$

-Assumendo un fattore di carico n durante il flare pari ad **n=1.2** (come nell'involo del decollo)

$$R = \frac{V_f^2}{0.2g}$$

Avendo quindi calcolato :

$$sen\,\theta_a = \frac{1}{E_a} - \frac{T_a}{W}$$

Oppure assunto θ_a pari a pochi gradi (es = 3°)

$$R = \frac{V_f^2}{0.2g}$$

$$h_f = R(1 - \cos\theta_a)$$

ATTERRAGGIO

Distanza di approccio e flare

Approccio

$V_f = 1.23\, V_{SL}$

$n = 1.2$

$$E_a = \frac{C_{La}}{C_{Da}}$$

$$\boxed{sen\,\theta_a = \frac{1}{E_a} - \frac{T_a}{W}}$$

Oppure angolo assegnato

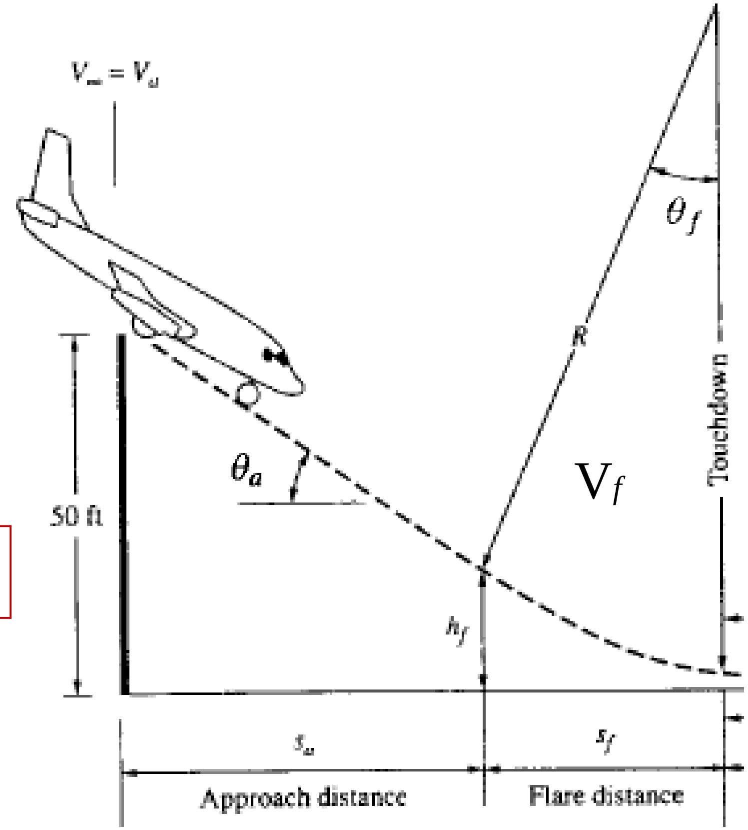
$$\boxed{R = \frac{V_\infty^2}{g(n-1)}}$$

$$\boxed{R = \frac{V_f^2}{0.2g}}$$

$$\boxed{h_f = R(1 - \cos\theta_a)}$$

E si può calcolare la distanza di approccio

$$\boxed{s_a[ft] = \frac{50 - h_f}{Tan\,\theta_a}}$$



Quota pari a 50 ft =15.2 m. Per distanza in [m] usare 15.2 al posto di 50.

Flare

$$s_f = R \sin\theta_f$$

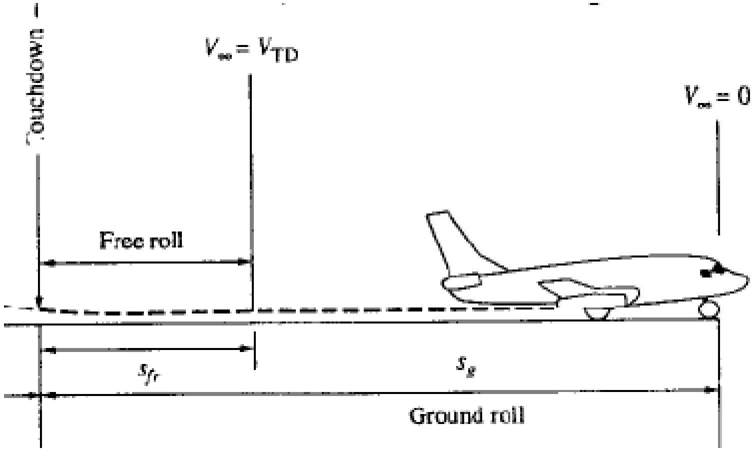
$$\theta_f = \theta_a$$

$$\boxed{s_f = R \cdot \sin\theta_a}$$

ATTERRAGGIO

CORSA AL SUOLO DOPO IL TOUCH-DOWN

Free-Roll

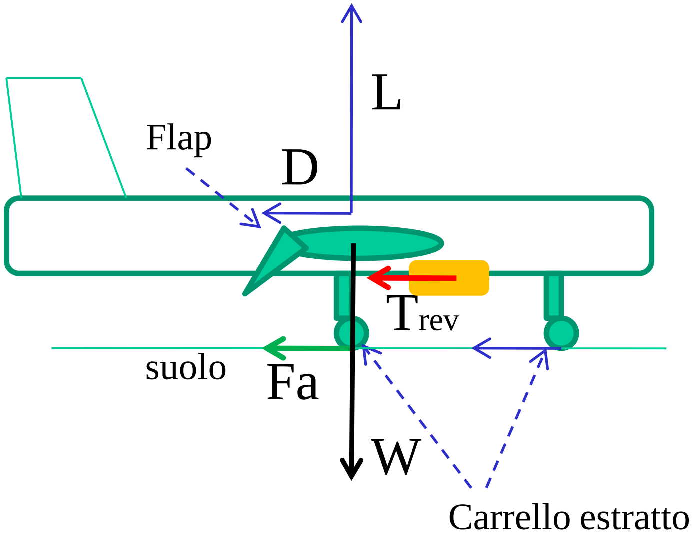


Tale corsa viene calcolata semplicemente moltiplicando la V di touch-down per il tempo che occorre al pilota per azionare i freni, tipicamente 2-3 secondi:

$$S_{fr} = V_{TD} \cdot \Delta t_{fr}$$

Corsa di rullaggio (Ground roll)

V_{TD} = Velocità al touch-down $\quad T_{rev}$ **Reversed Thrust**



Spinta Invertita

Solitamente i velivoli sono in grado di sviluppare l'inversione di spinta con una Trev (T reversed) che va dal 40% al 60% della T_0 (spinta massima positiva al decollo). Ovviamente la spinta invertita, nel caso di turbofan, deriva sempre dall'applicazione della formula per il decollo (bassa V con il K_T). La condizione più critica è pero con T=0

Attrito

La forza di attrito è quella con frenatura applicata sulle ruote (non bloccate). Non è l'attrito "radente", ma è assolutamente maggiore di quello volvente (10 volte maggiore).

$$F_a = \mu_R \cdot (W - L)$$

$$con \quad \mu_R = 0.25 - 0.40$$

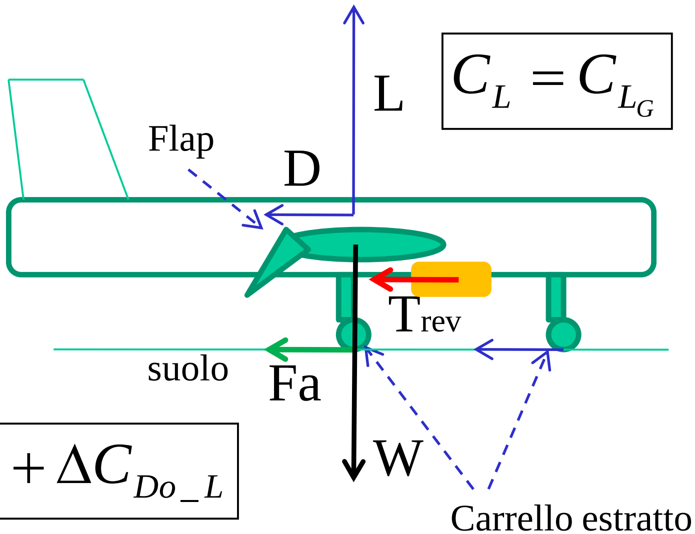
Tipico = 0.30

ATTERRAGGIO

CORSA AL SUOLO DOPO IL TOUCH-DOWN

Corsa di rullaggio (Ground roll)

$$\frac{W}{g}a = \frac{W}{g}\frac{dV}{dt} = \left[-T_{rev} - D - \mu_R(W-L)\ \right]$$



$$\boxed{C_L = C_{L_G}}$$

V_{TD} = Velocità al touch-down

$$L = \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty{}^2 S C_L \qquad D = \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty{}^2 S C_D \qquad \boxed{C_{Do\_L} = C_{Do} + \Delta C_{Do\_L}}$$

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{g}{W}\left[T_{rev} + \frac{1}{2}\rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C_D + \mu_R(W - \frac{1}{2}\rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C_L)\right]$$

La resistenza aerodinamica è con flap deflessi all'atterraggio e con carrello estratto. Il delta C_{Do} in tale condizione è circa 0.030-0.050 , cioè doppio (e più) rispetto all'incremento al decollo. Ovviamente va considerata anche la resistenza indotta.

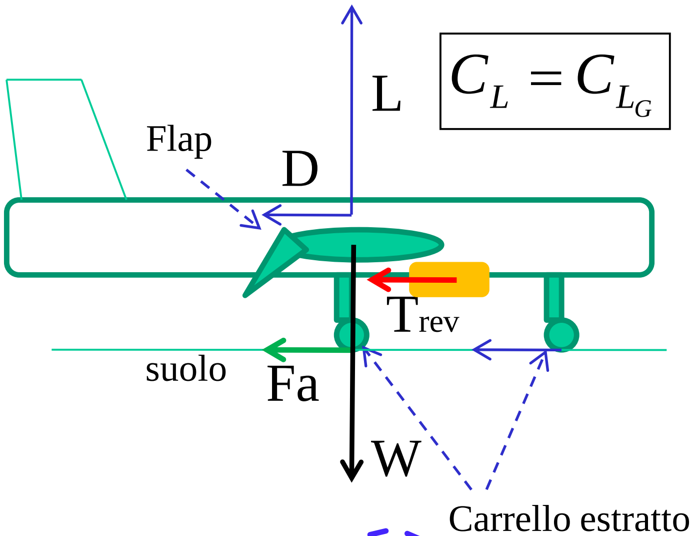
$$\boxed{C_D = C_{Do} + \Delta C_{Do\_L} + \frac{C_{L_G}{}^2}{\pi \cdot AR \cdot e_L}\cdot K_{ES}}$$

$\boxed{C_{L_G}}$ Coefficiente di portanza al rullaggio, tipicamente intorno ad 1.0-1.2 cioè con alfa circa =0 e flap deflessi all'atterraggio

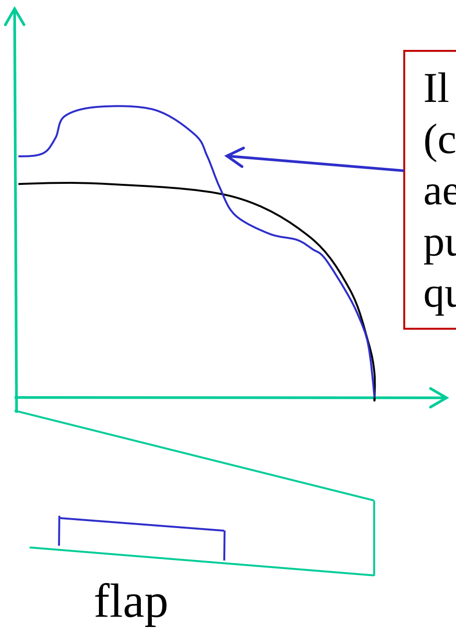
$\boxed{e_L}$ Fattore di Oswald in atterraggio. I flap modificano la distribuzione in apertura della portanza. Tipicamente più valere 10-15% in meno di quello in condiz. crociera.

ATTERRAGGIO

Corsa di rullaggio (Ground roll)



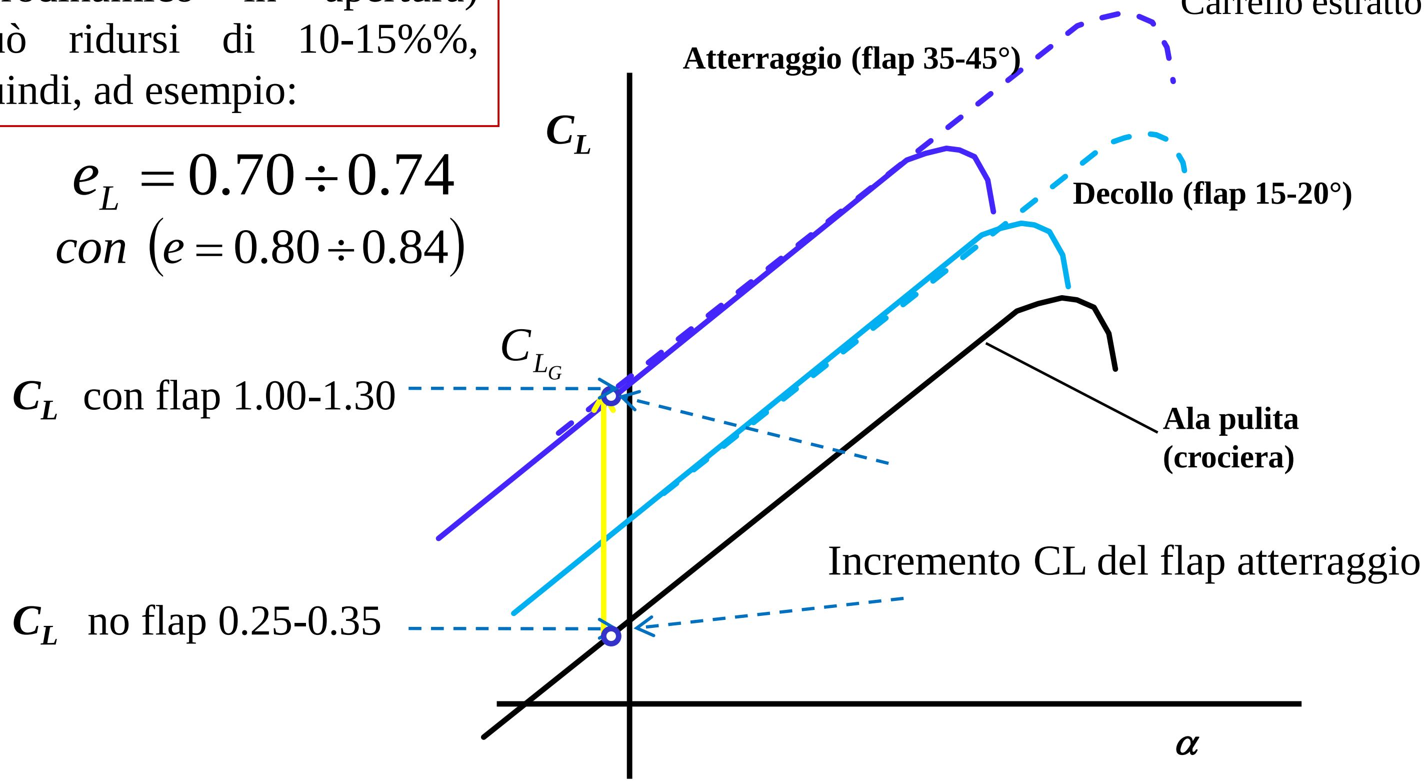
$\boxed{C_{L_G}}$ Coefficiente di portanza al rullaggio, tipicamente intorno ad 1.0-1.3 cioè con alfa circa =0 (magari anche leggermente negativo) e flap deflessi all’atterraggio (35-45°).



Il fattore di Oswald con i flap (che modificano il carico aerodinamico in apertura) può ridursi di 10-15%%, quindi, ad esempio:

$$e_L = 0.70 \div 0.74$$

$$con \ (e = 0.80 \div 0.84)$$

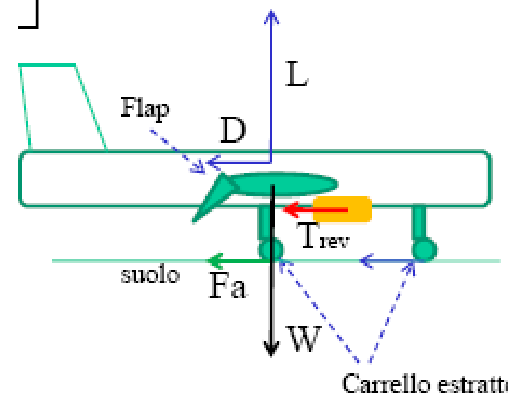


ATTERRAGGIO

CORSA AL SUOLO DOPO IL TOUCH-DOWN

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{g}{W}\left[T_{rev} + \frac{1}{2}\rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C_D + \mu_R (W - \frac{1}{2}\rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C_L)\right]$$

$$\frac{dV}{dt} = -g \cdot \left[\frac{T_{rev}}{W} + \mu_R + \frac{\rho}{2 \cdot (W/S)} \cdot (C_D - \mu_R \cdot C_L) \cdot V^2\right]$$



$$\frac{dV}{dt} = -g \cdot \left\{\overbrace{\frac{T_{rev}}{W} + \mu_R}^{A} + \overbrace{\frac{\rho}{2 \cdot (W/S)} \cdot \left[C_{Do} + \Delta C_{DoL} + \frac{C_{L_G}^{\,2}}{\pi AR \cdot e_L} - \mu_R \cdot C_{L_G}\right]}^{B} \cdot V^2\right\}$$

$$\frac{dV}{dt} = a = -g \cdot \left\{A + B \cdot V^2\right\}$$ Decelerazione funzione di V

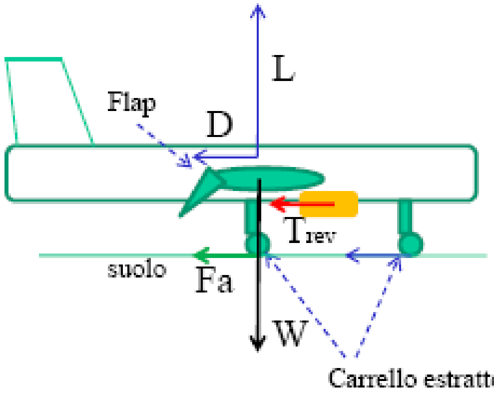
$$ds_{g,roll} = \frac{dV^2}{2 \cdot a} = -\frac{dV^2}{g \cdot \left\{A + B \cdot V^2\right\}} \qquad S_{g,roll} = \int_0^{V_{TD}} \frac{dV^2}{g \cdot \left\{A + B \cdot V^2\right\}}$$

ATTERRAGGIO

CORSA AL SUOLO DOPO IL TOUCH-DOWN

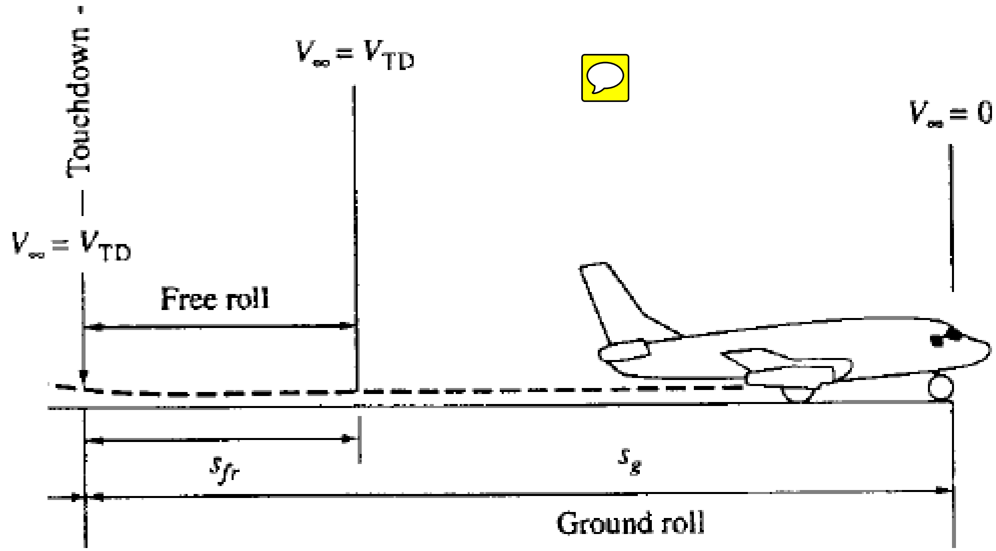
$$\frac{dV}{dt} = a = -g \cdot \left\{ A + B \cdot V^2 \right\}$$

Decelerazione funzione di V



$$A = \frac{T_{rev}}{W} + \mu_R \qquad B = \frac{\rho}{2 \cdot (W/S)} \cdot \left[C_{Do} + \Delta C_{DoL} + \frac{C_{L_G}{}^2}{\pi AR \cdot e_L} - \mu_R \cdot C_{L_G} \right]$$

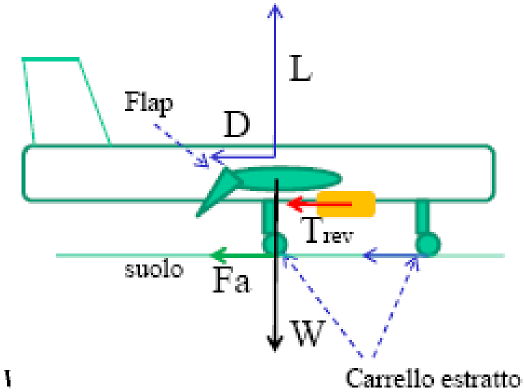
$$ds_{g,roll} = \frac{dV^2}{2 \cdot a} = -\frac{dV^2}{g \cdot \left\{ A + B \cdot V^2 \right\}}$$



$$\boxed{S_{g,roll} = \int_0^{V_{TD}} \frac{dV^2}{g \cdot \left\{ A + B \cdot V^2 \right\}} = \frac{1}{2 \cdot g \cdot B} \cdot ln\left(\frac{A + B \cdot V_{TD}{}^2}{A} \right)}$$

ATTERRAGGIO

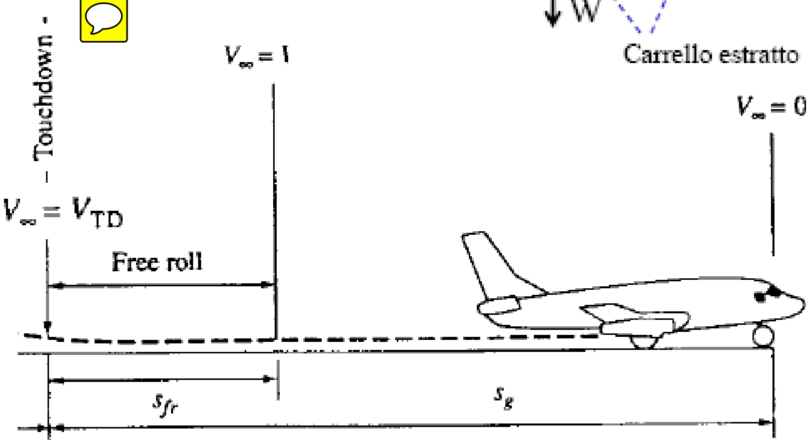
CORSA AL SUOLO DOPO IL TOUCH-DOWN



Ma si può ricavare una espressione approssimata, come fatto per il decollo:

$$ds_{g,roll} = \frac{dV^2}{2 \cdot a_m}$$

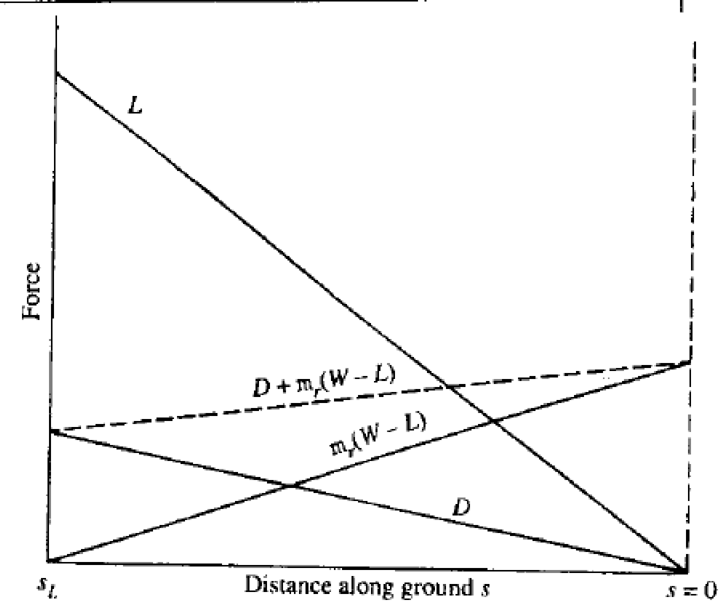
$$\boxed{S_{g,roll} = \int_0^{V_{TD}} \frac{dV^2}{2 \cdot a_m} = \frac{V_{TD}^{\;2}}{2 \cdot a_m}}$$



$$a_m = \frac{F_{TOT\_m}}{(W/g)} = \frac{\left[T_{rev} + D + \mu_R \cdot (W - L)\right]_{V=0.70 V_{TD}}}{(W/g)}$$

Cioè si calcolano tutte le forze agenti in corrispondenza di una V pari a 0.70 della V di touch-down.

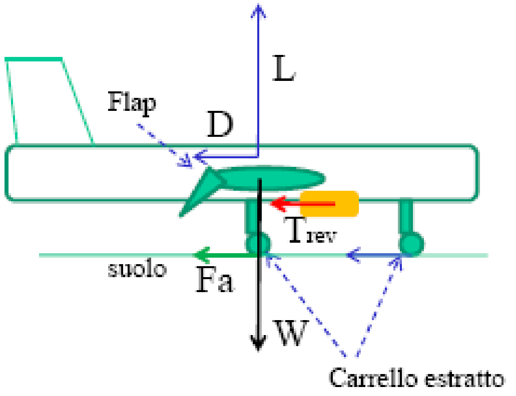
Il diagramma a destra mostra che in effetti la somma di D e della forza di attrito sono abbastanza costanti. La spinta invertita è anch'essa non molto variabile e comunque non molto elevata (rispetto al decollo). Inoltre potrebbe essere considerata =0 (**caso critico**).



ATTERRAGGIO

CORSA AL SUOLO DOPO IL TOUCH-DOWN

Forma analitica che mette in evidenza i parametri:



$$\boxed{S_{g,roll} = \int_0^{V_{TD}} \frac{dV^2}{2 \cdot a_m} = \frac{V_{TD}^{\;2}}{2 \cdot a_m}} \qquad V_{TD} = 1.15 \cdot V_{SL}$$

$$a_m = \frac{F_{TOT\_m}}{(W/g)} = \frac{\left[T_{rev} + D + \mu_R \cdot (W - L)\right]_{V=0.70V_{TD}}}{(W/g)}$$

$$S_{g,roll} = \frac{V_{TD}^{\;2}}{2 \cdot a_m} = \frac{2}{\rho}\,\frac{W}{S}\,\frac{(1.15)^2}{C_{L_{MAX\_L}}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{W}{g} \cdot \frac{1}{\left[T_{rev} + D + \mu_R \cdot (W - L)\right]_{V=0.7V_{TD}}}$$

$$\boxed{S_{g,roll} = \frac{V_{TD}^{\;2}}{2 \cdot a_m} = \frac{(1.15)^2}{\rho_0 \cdot \sigma \cdot g \cdot C_{L_{MAX\_L}}} \cdot \frac{(W/S)}{\left[\frac{T_{rev}}{W} + \frac{D}{W} + \mu_R \cdot (1 - \frac{L}{W})\right]_{V=0.7V_{TD}}}}$$

La ground roll dipende :

- **dal carico alare**
- **dal rapporto Trev/W**
- **dal C_L massimo all'atterraggio**
- **dalla quota (densità)**
- **dall'attrito**

ATTERRAGGIO Applicazione B-747

$$W = W_L = 0.9 \cdot W_{TO} = 324{,}000\, Kg \quad S = 540\, m^2 \quad b = 64.4 m \quad AR = 7.68$$

$$C_{Do} = 0.0180 \quad e_L = 0.70 \quad \Delta C_{Do\_L} = 0.050$$

$$C_{Lg} = 1.10 \quad C_{L_{MAX\_L}} = 2.8 \quad K_{ES\_Air} = 0.90 \quad K_{ES} = 0.80$$

$$\mu_R = 0.30 \quad K_{Va} = 1.3 \quad K_{VTD} = 1.15 \quad n_{fl} = 1.2 \quad \Delta t_{free} = 2\, sec$$

$$T_0 = 4 \cdot 25{,}000\, Kg = 100{,}000\, Kg \qquad \Phi_{rev} = 0.40 \text{ (spinta invertita pari al 40\%)}$$

FASE Approccio

Calcoliamo la velocità di stallo in configurazione di atterraggio e la velocità di approccio.

$$V_{SL} := \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho_0 \cdot S \cdot CL_{maxL}}} \qquad V_{SL} = 58.574 \frac{m}{s} \qquad V_{SL} = 210.866 \cdot \frac{km}{hr}$$

$$V_a := K_{Va} \cdot V_{SL} \qquad K_{Va} = 1.3 \qquad V_a = 76.146 \frac{m}{s} \qquad V_a = 274.126 \cdot \frac{km}{hr}$$

CL in approccio

$$CL_a := \frac{CL_{maxL}}{(K_{Va})^2} \qquad CL_a = 1.657$$

ATTERRAGGIO Applicazione B-747

$$W = W_L = 0.9 \cdot W_{TO} = 324{,}000\,Kg \quad S = 540\,m^2 \quad b = 64.4m \quad AR = 7.68$$

$$C_{Do} = 0.0180 \quad e_L = 0.70 \quad \Delta C_{Do\_L} = 0.050$$

$$C_{Lg} = 1.10 \quad C_{L_{MAX\_L}} = 2.8 \quad K_{ES\_Air} = 0.90 \quad K_{ES} = 0.80$$

$$\mu_R = 0.30 \quad K_{Va} = 1.3 \quad K_{VTD} = 1.15 \quad n_{fl} = 1.2 \quad \Delta t_{free} = 2\,sec$$

$$T_0 = 4 \cdot 25{,}000\,Kg = 100{,}000\,Kg \qquad \Phi_{rev} = 0.40 \;\textit{(spinta invertita pari al 40\%)}$$

Approccio

$$CD_a := CD_0 + \Delta CDoL + \frac{CL_a^{\,2}}{\pi \cdot AR \cdot eL} \cdot K_{ES\_a} \qquad CD_a = 0.214 \qquad E_a := \frac{CL_a}{CD_a}$$

Angolo di approccio (discesa)

$$E_a = 7.732$$

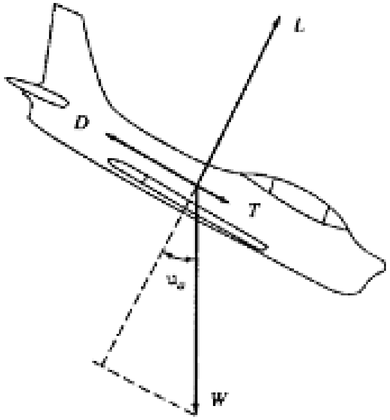
$\phi_a = 0.2$ Spinta al 20% in fase approccio

$$sen\theta_a = \frac{1}{E_a} - \frac{T_a}{W}$$

$$KT := 1 - 0.20 \cdot \frac{V_a}{100 \cdot \frac{m}{s}} \qquad KT = 0.848 \qquad T_a := (\phi_a) \cdot T_0 \cdot (KT) \qquad T_a = 16954 \cdot kgf$$

$$\theta a := asin\left(\frac{1}{E_a} - \frac{T_a}{W}\right) \qquad \boxed{\theta a = 4.416 \cdot deg} \qquad \theta a\_glide := \left(\frac{1}{E_a}\right)$$

$$\theta a\_glide = 7.41 \cdot deg$$

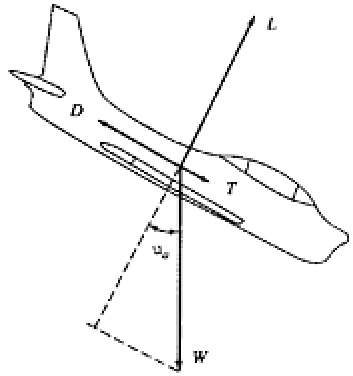


ATTERRAGGIO Applicazione B-747

Fase Approccio

$$\theta a := \operatorname{asin}\left(\frac{1}{E_a} - \frac{T_a}{W}\right)$$

$$\boxed{\theta a = 4.416 \cdot deg}$$



$$\boxed{h_f = R(1 - \cos\theta_a)}$$

$$R = \frac{V_\infty^2}{g(n-1)}$$

$$n_{fl} = 1.2 \qquad V_{fl} := K_{Vfl} \cdot V_{SL}$$

$$V_{fl} = 71.753 \frac{m}{s}$$

$$R_{fl} := \frac{V_{fl}^{\,2}}{g \cdot (n_{fl} - 1)}$$

$$\boxed{R_{fl} = 2625\,m}$$

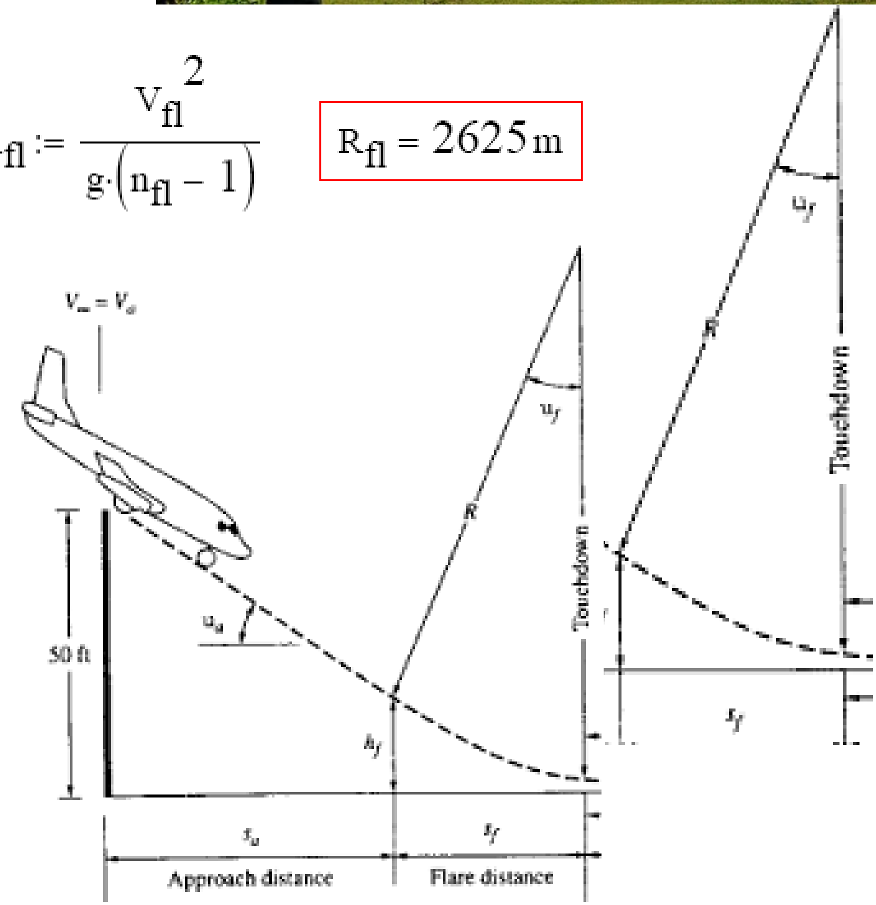
$$h_f = R \cdot (1 - \cos\theta_a)$$

$$\boxed{h_{fl} = 7.778\,m}$$

$$\boxed{s_a = \frac{50 - h_f}{\operatorname{Tan}\theta_a}}$$

$$S_a := \frac{h_a - h_{fl}}{\tan(\theta a)}$$

(1) $\boxed{s_a = 96.716\,m}$



ATTERRAGGIO Applicazione B-747

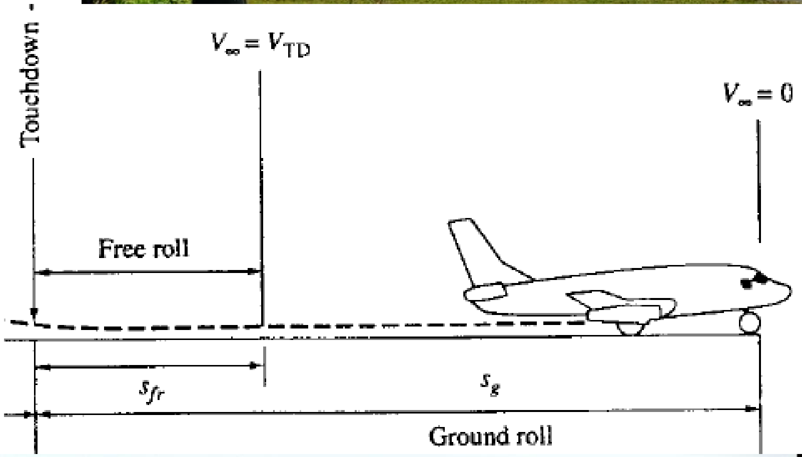
Fase FLARE

$$\theta a = 4.416 \cdot deg$$

$$\boxed{s_f = R \sin \theta_a}$$

$$R_{fl} := \frac{V_{fl}^{\ 2}}{g \cdot (n_{fl} - 1)} \qquad R_{fl} = 2625 \, m$$

(2) $\boxed{s_{fl} = 201.926 \, m}$



Free-Roll dopo Touch-down

$$V_{TD} = K_{VTD} \cdot V_{SL} \qquad V_{TD} = 1.15 \cdot V_{SL}$$

$$V_{TD} = 67.4 \ \ m/s \qquad V_{TD} = 242 \ \ km/hr$$

$$S_{fr} = V_{TD} \cdot \Delta t_{fr} = V_{TD} \cdot 2s$$

(3) $\boxed{S_{fr} = 134.7 \, m}$

ATTERRAGGIO Applicazione B-747

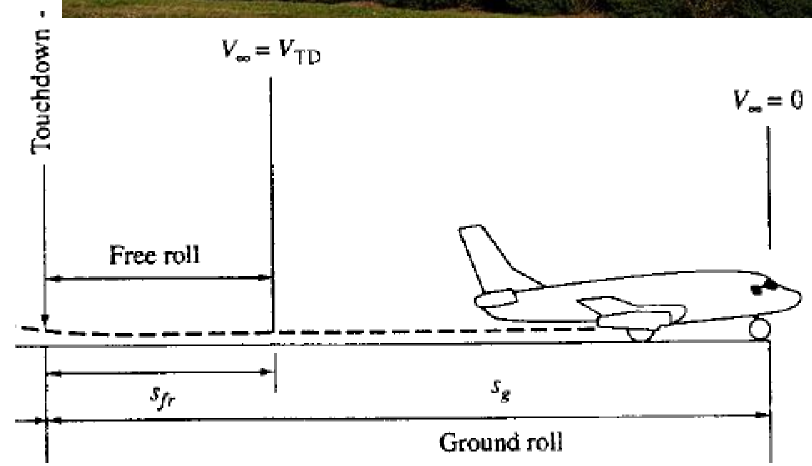
Fase Ground Roll

$$S_g = \frac{1}{2}\int_{V_{TD}}^{0} \frac{dV^2}{a(V)}$$

$$\left(\frac{W}{g}\right) a(V) = F_{x\_tot}(V) = T_{rev}(V) + D(V) + \mu_r \cdot (W - L(V))$$

$$S_g = \frac{1}{2}\int_{0}^{V_{TD}} \frac{dV^2}{a(V)} = \frac{1}{2}\frac{V_{TD}^2}{a_m}$$

$$a_m = \frac{F_{TOT\_m}}{(W/g)} = \frac{\left[T_{rev} + D + \mu_R \cdot (W - L)\right]_{V=0.70V_{TD}}}{(W/g)}$$



$$V_{TD} = 67.4 \ \ m/s \qquad V = 0.7 \cdot V_{TD} = 47.15 \ \ m/s \quad = 169.7 \ km/hr$$

$$KT := 1 - 0.20 \cdot \frac{V}{100 \cdot \frac{m}{s}} \qquad KT = 0.906$$

$$\phi_{rev} = 0.4$$

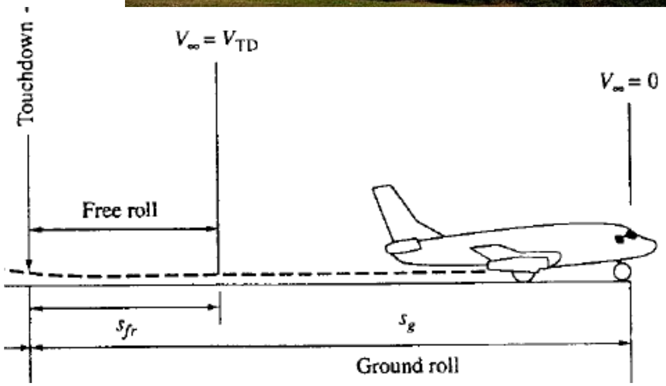
$$T_{rev} := (KT) \cdot \phi_{rev} \cdot T_0 \qquad \boxed{T_{rev} = 36228 \cdot kgf}$$

ATTERRAGGIO Applicazione B-747

Fase Ground Roll

$$S_g = \frac{1}{2}\int_0^{V_{TD}} \frac{dV^2}{a(V)} = \frac{1}{2}\frac{V_{TD}^2}{a_m}$$

$$a_m = \frac{F_{TOT\_m}}{(W/g)} = \frac{\left[T_{rev} + D + \mu_R \cdot (W - L)\right]_{V=0.70V_{TD}}}{(W/g)}$$



$V_{TD} = 67.4 \ m/s$ $\qquad V = 0.7 \cdot V_{TD} = 47.15 \ m/s$

$\boxed{T_{rev} = 36228 \cdot kgf}$

$C_{Do} = 0.0180 \quad e_L = 0.70 \quad \Delta C_{Do\_L} = 0.050$

$C_{Lg} = 1.10 \quad C_{L_{MAX\_L}} = 2.8$

$$CD_{roll} := CD_0 + \Delta CDoL + \frac{CL_G^{\ 2}}{\pi \cdot AR \cdot eL} \cdot K_{ES} \qquad CD_{roll} = 0.125$$

$$D := \frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot S \cdot V^2 \cdot CD_{roll} \qquad D = 92149.7\,N \qquad D = 9397 \cdot kgf$$

$\mu r = 0.3 \qquad Fa := \mu r \cdot (W - L)$

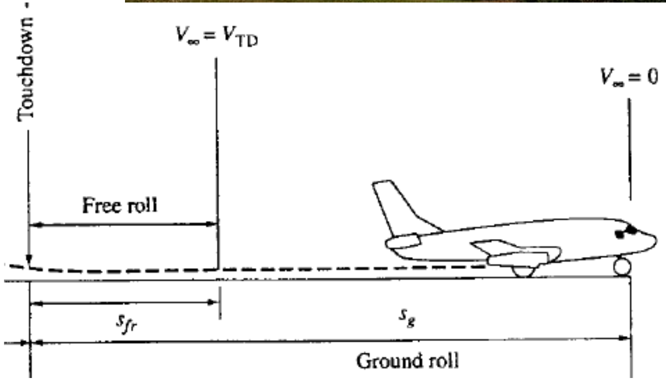
$\boxed{Fa = 72455 \cdot kgf}$

$$L := \frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot S \cdot V^2 \cdot CL_G \qquad L = 8.089 \times 10^5\,N \qquad L = 82484 \cdot kgf$$

ATTERRAGGIO Applicazione B-747

Fase Ground Roll

$$a_m = \frac{F_{TOT\_m}}{(W/g)} = \frac{\left[T_{rev} + D + \mu_R \cdot (W-L)\right]_{V=0.70V_{TD}}}{(W/g)}$$



Qui riassumo le forze medie in gioco:

T=36228 Kgf spinta media invertita

D=9397 Kgf resistenza aerodinamica media

Fa=72455 Kgf forza attrito media

Fx_tot= 118079 Kgf forza tot media

$$W = W_L = 0.9 \cdot W_{TO} = 324{,}000\, Kg$$

accelerazione media

$$a_m = \frac{F_{TOT\_m}}{(W/g)} = \frac{\left[T_{rev} + D + \mu_R \cdot (W-L)\right]_{V=0.70V_{TD}}}{(W/g)}$$

$$am = 3.574\,\frac{m}{s^2}$$

$$\boxed{S_g = \frac{V_{TD}^{\,2}}{2 \cdot a_m}} \qquad (4) \qquad \boxed{S_g = 635\,m}$$

Nella ipotesi di non usare l'inversione di spinta (senza Reverse Thrust)

$$am\_noT := \frac{D + \mu r \cdot (W-L)}{\frac{W}{g}} = 2.477\,\frac{m}{s^2} \qquad S_{g\_noT} = 916\,m$$

ATTERRAGGIO Applicazione B-747

Complessivo:

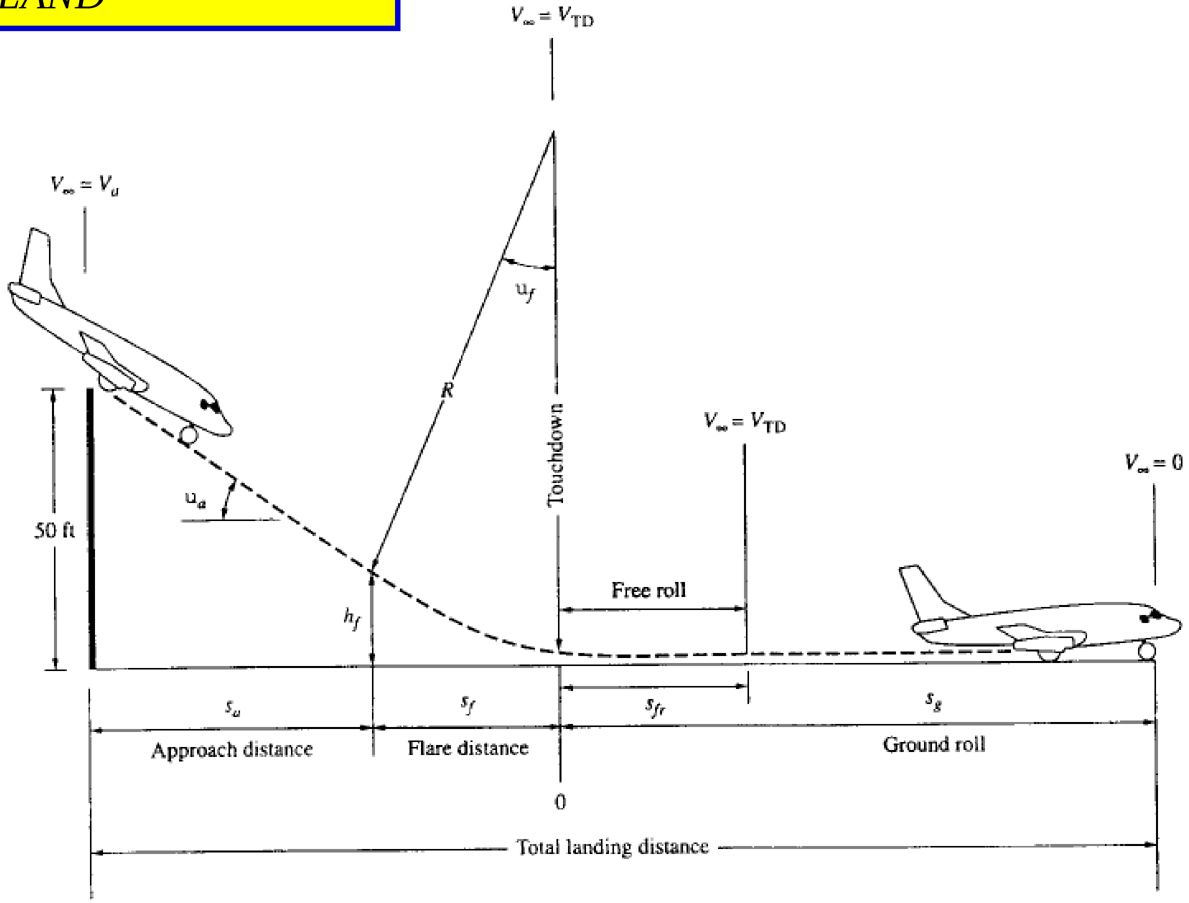
(1) $\boxed{s_a = 96.716\,\mathrm{m}}$

(2) $\boxed{s_{fl} = 201.926\,\mathrm{m}}$

(3) $\boxed{S_{fr} = 134.7\,m}$

(4) $\boxed{s_g = 635\,\mathrm{m}}$

$$\boxed{S_{LAND} = 1069\,m}$$



Overview

- Energy Height (quota energia)
- Specific Excess Power
- P_s Charts
- Applicazioni
  - Minimo tempo di salita
  - Confronto velivoli

Motivo di H_e e P_s

- Il diagramma V-n mostra i limiti delle prestazioni dei velivoli
- Ad ogni modo, mostra solo una prestazione istantanea. Non si può determinare la sostenibilità di una manovra dal V-n diagram
- Energy height e specific excess power sono una misura di “sustained performance”

Energy Height

Energy Height è misura dell'energia meccanica totale posseduta (potenziale + cinetica) da un velivolo.

$$E = mgh + \frac{1}{2} mV^2$$

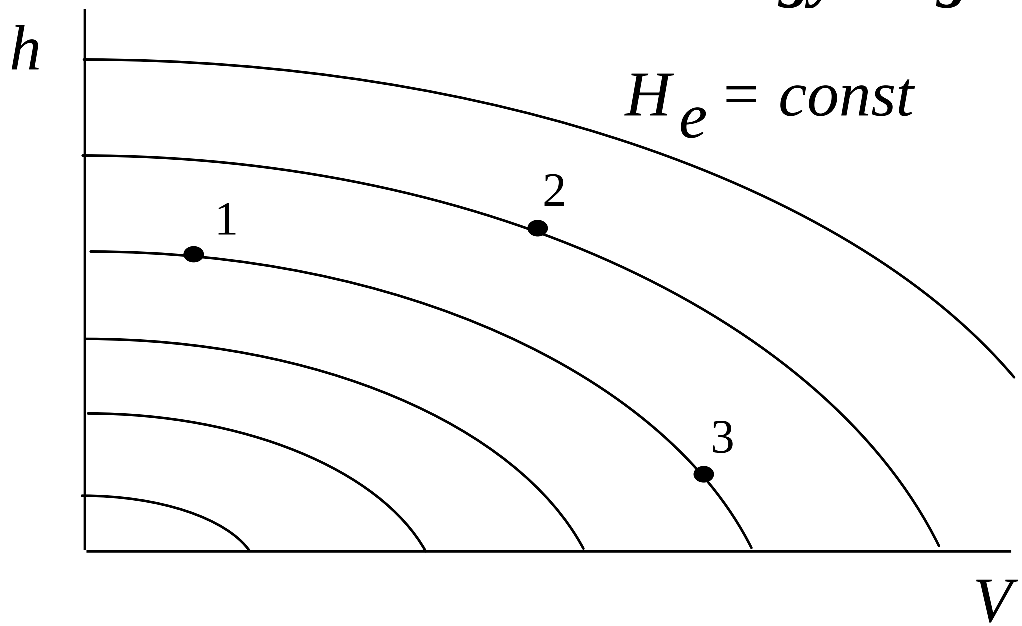
Per confrontare velivoli possiamo normalizzare rispetto al peso(mg).

$$\boxed{H_e = h + \frac{V^2}{2g}}$$

Energy Height

Energy Height

Plot di curve a costante energy height.



E' quello che ogni pilota sa: si può trasformare velocità in quota e viceversa e più si ha di entrambe le cose meglio è !

Specific Excess Power

Un pilota vuole iniziare un combattimento con quanta maggiore energia possibile.
Il velivolo che riesce a cambiare la propria "Energy height" più rapidamente avrà un significativo vantaggio:

Guardiamo la derivata rispetto al tempo di He:

$$\frac{dH_e}{dt} = \frac{dh}{dt} + \frac{V}{g}\frac{dV}{dt}$$

Questa è una misura della capacità del velivolo di salire e/o accelerare.

Specific Excess Power

$$\frac{dH_e}{dt} \equiv P_s = \frac{dh}{dt} + \frac{V}{g}\frac{dV}{dt}$$

$$= \frac{(T - D)V}{W}$$

$$\approx \frac{(T_A - T_R)V}{W}$$

$$\approx \frac{P_A - P_R}{W}$$

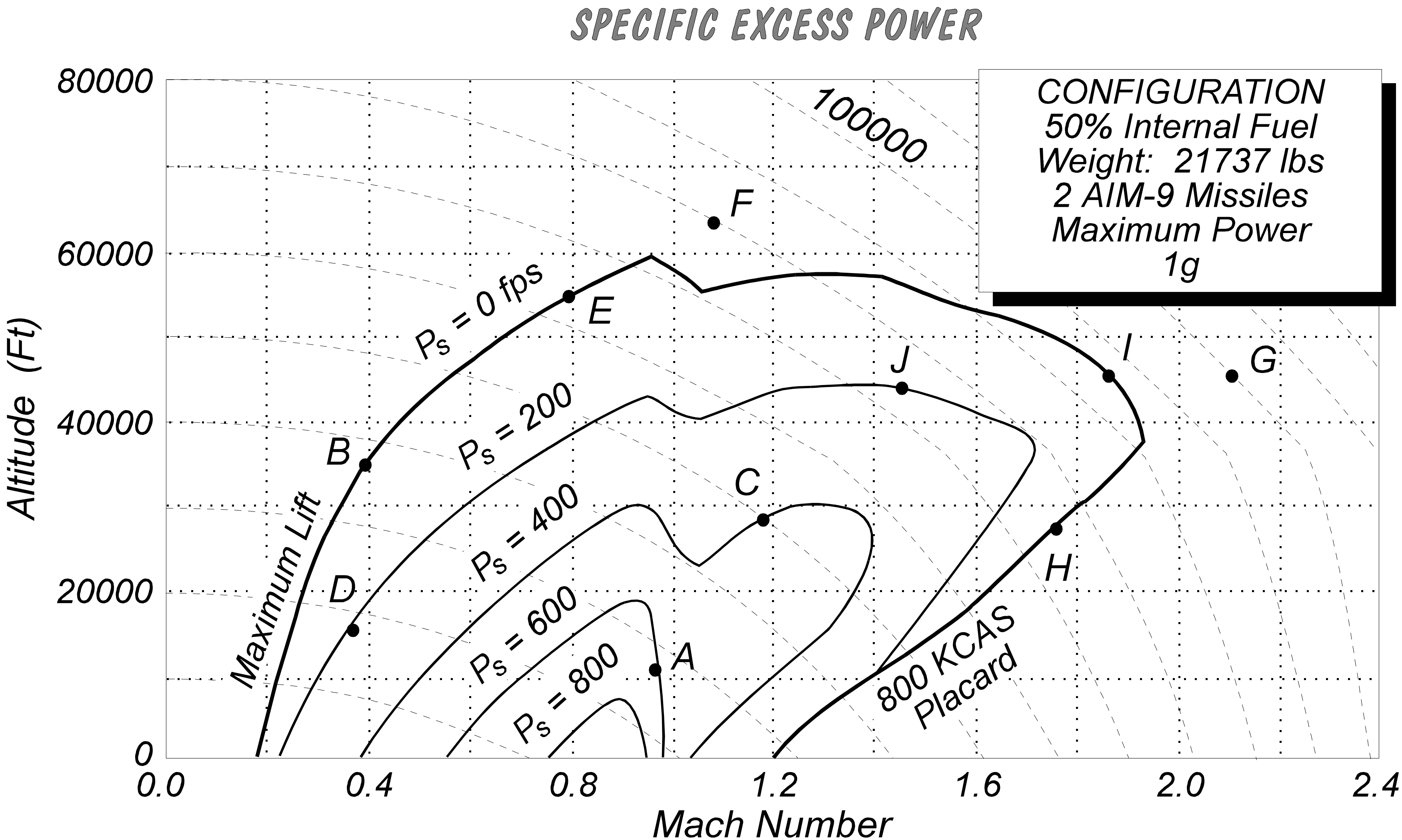
Specific Excess Power, Ps

Specific Excess Power

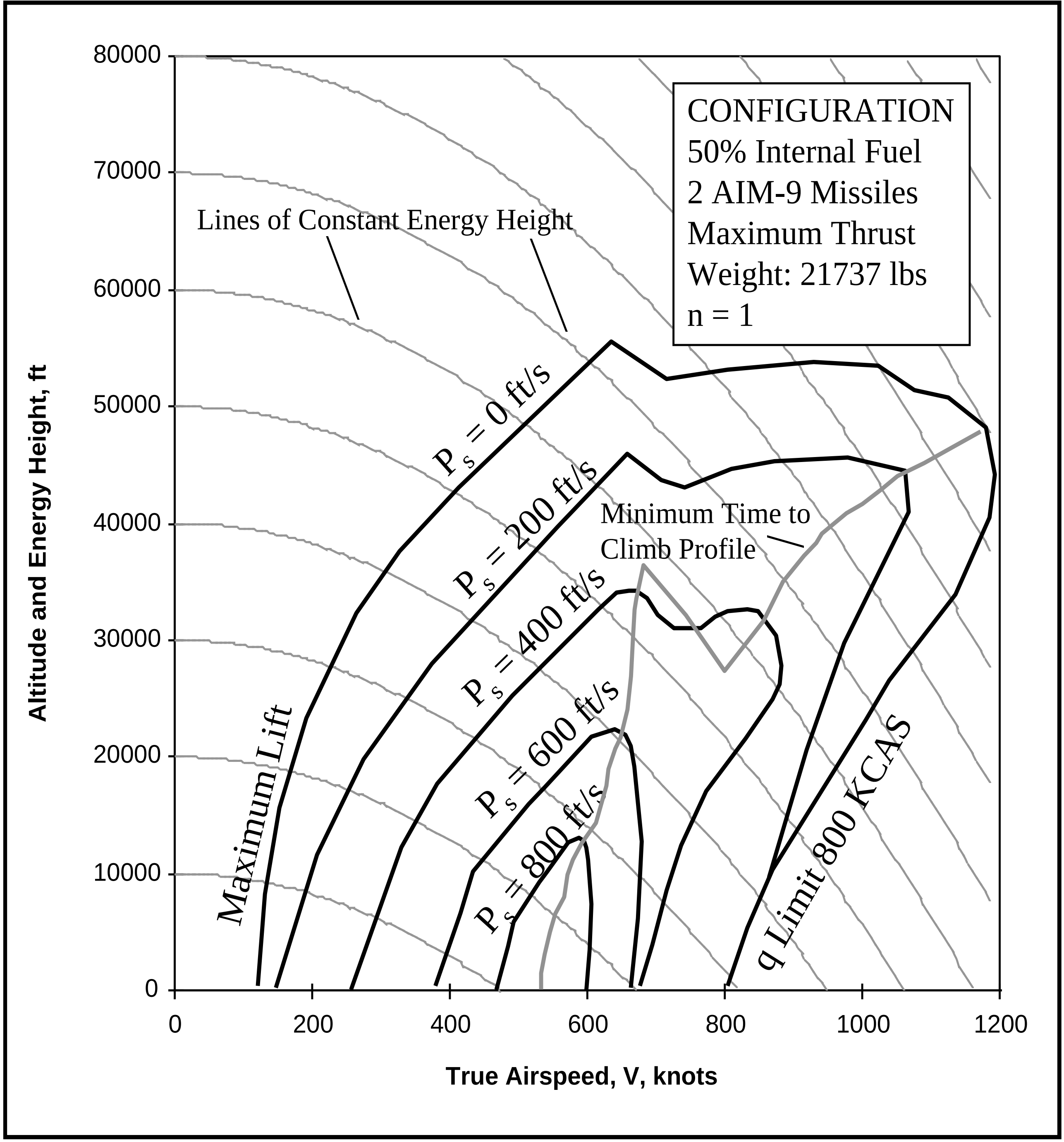
- Se P_s è *positiva*, il velivolo può:
  - *Salire*
  - *Accelerare*
  - *O entrambe le cose*
- If P_s is *negative*, il velivolo può:
  - *Scendere (perdere quota)*
  - *Decelerare*
  - *O entrambe le cose*
- Se P_s =0, il velivolo si stabilizza in volo diritto e livellato, non accelerato.
- Noi plottiamo P_s al di sopra di un plot di *He* (visto prima) (energy height plot).

P_s Charts

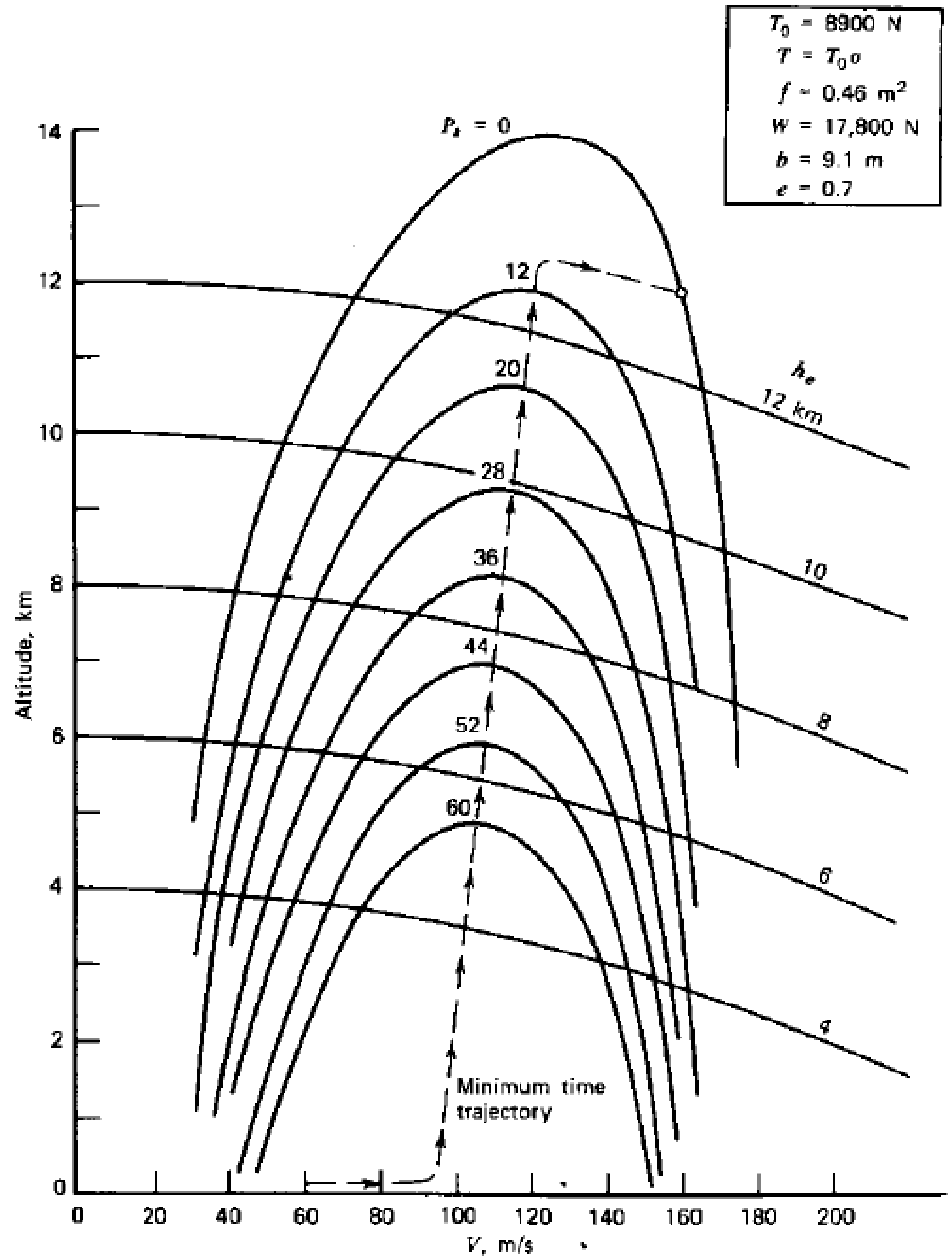
F-16C



P_s Charts



CONFIGURATION
50% Internal Fuel
2 AIM-9 Missiles
Maximum Thrust
Weight: 21737 lbs
n = 1
Lines of Constant Energy Height
P s = 0 ft/s
P s = 200 ft/s
P s = 400 ft/s
P s = 600 ft/s
P s = 800 ft/s
Minimum Time to
Climb Profile
Maximum Lift
q Limit 800 KCAS
Altitude and Energy Height, ft
True Airspeed, V, knots
80000
70000
60000
50000
40000
30000
20000
10000
0
0
200
400
600
800
1000
1200



ıure 7.31 Excess specific power and specific energy for a hypothetical sub-ıic airplane.

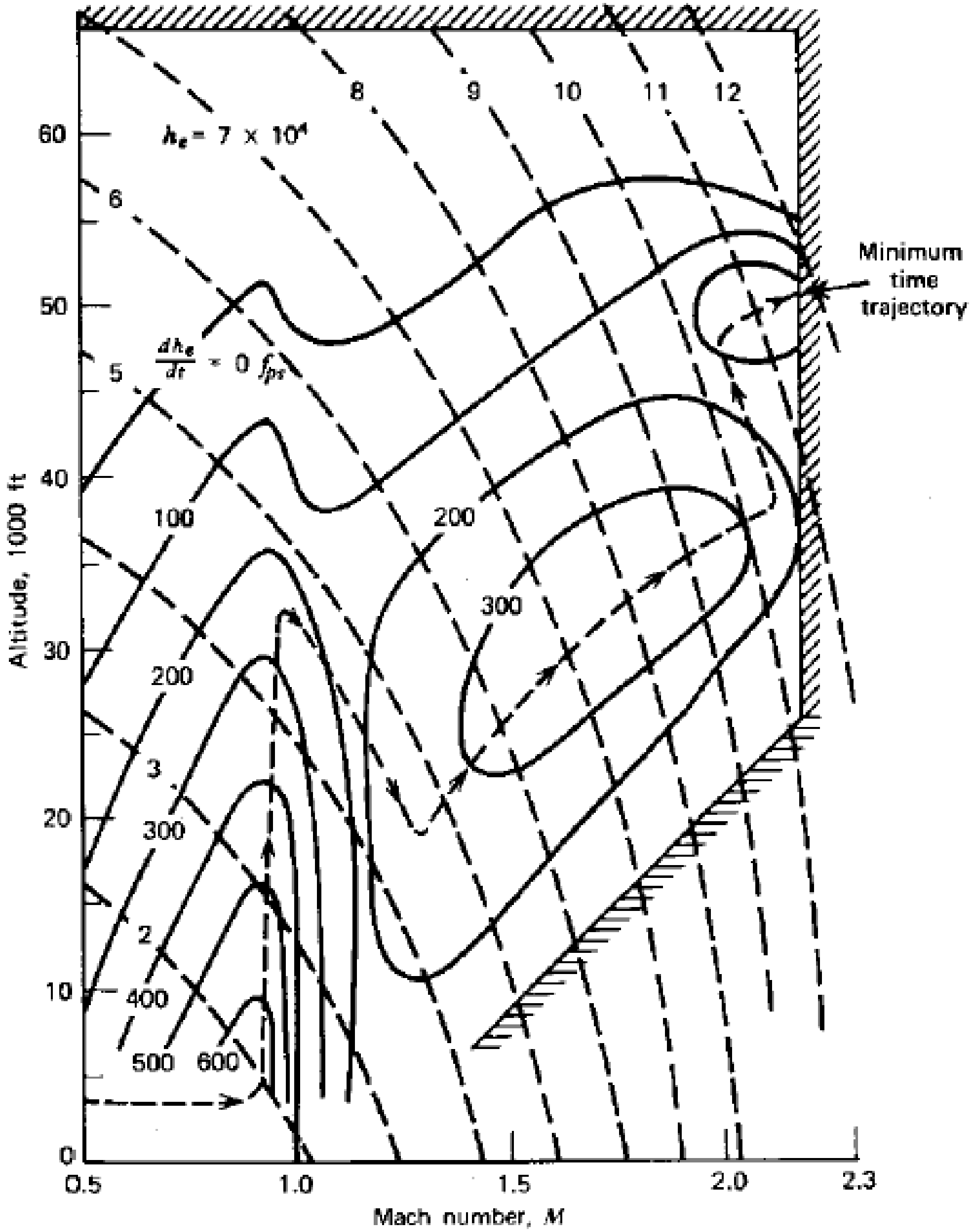


Figure 7.32 Excess specific power and specific energy for the F-104 at ma) mum power and a weight of 18,000 lb(80,064 N). (L. M. Nicolai, *Fundamentals*

P_s Charts

Un Ps chart è valido per:

- 1 Peso (ad es. 21737 lbs)
  - – Se incremento il peso Ps=0 contour “shrinks”
- 1 configurazione (ad es. 2 AIM-9 missiles)
  - – “Dirty” configuration shrinks plot
- 1 Throttle setting (Maximum power)
  - – Lower throttle setting shrinks plot
- 1 Load factor (1 g)
  - – Increased “g” shrinks plot

P_s Charts

Che informazioni posso ricavare da un P_s chart?

- Absolute ceilings (subsonic and supersonic)
- Maximum speed
- Maximum “zoom” altitude
- “Reachability” (sinistra di max He)
- Sustainability (On or inside Ps=0)

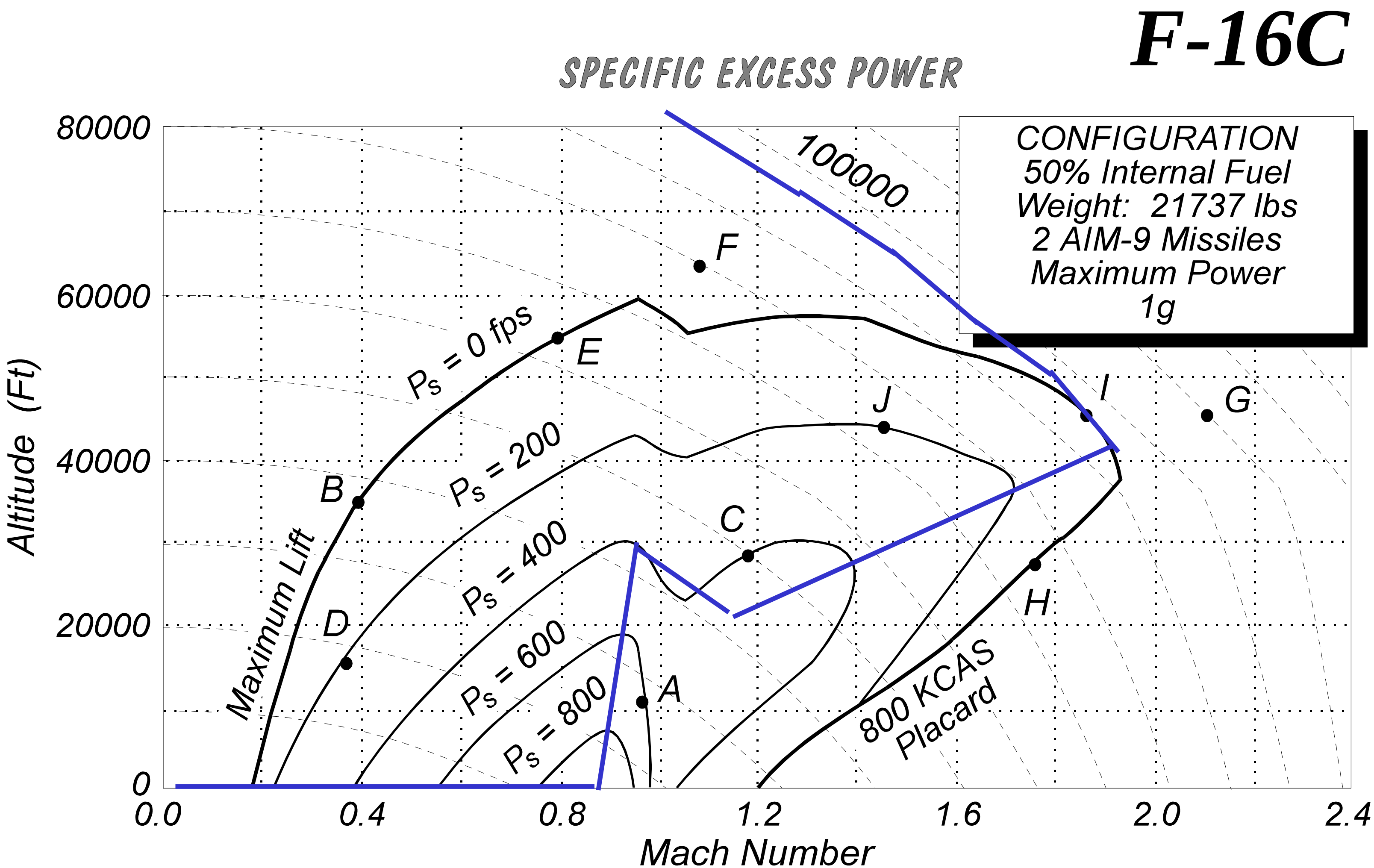
Applicazione:
Minimum Time to Climb

Recall:

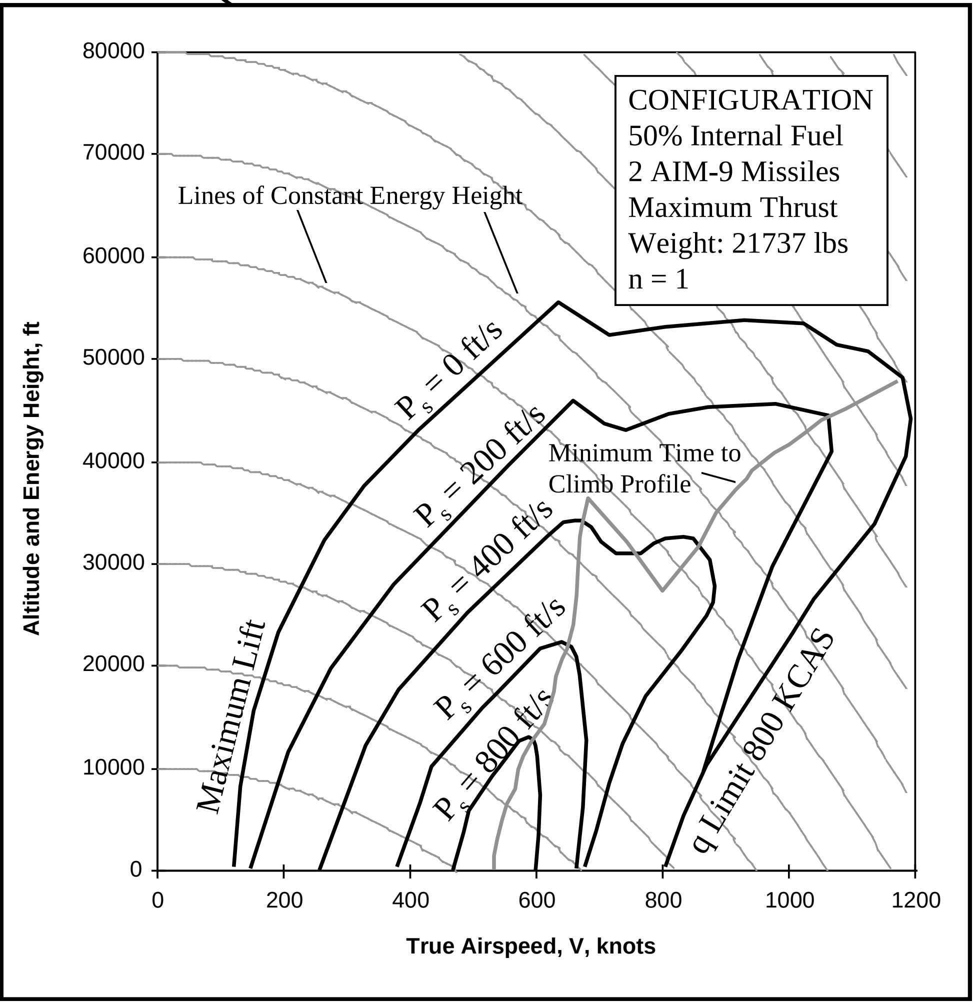
$$P_s = \frac{dH_e}{dt} = \frac{dh}{dt} + \frac{V}{g}\frac{dV}{dt}$$

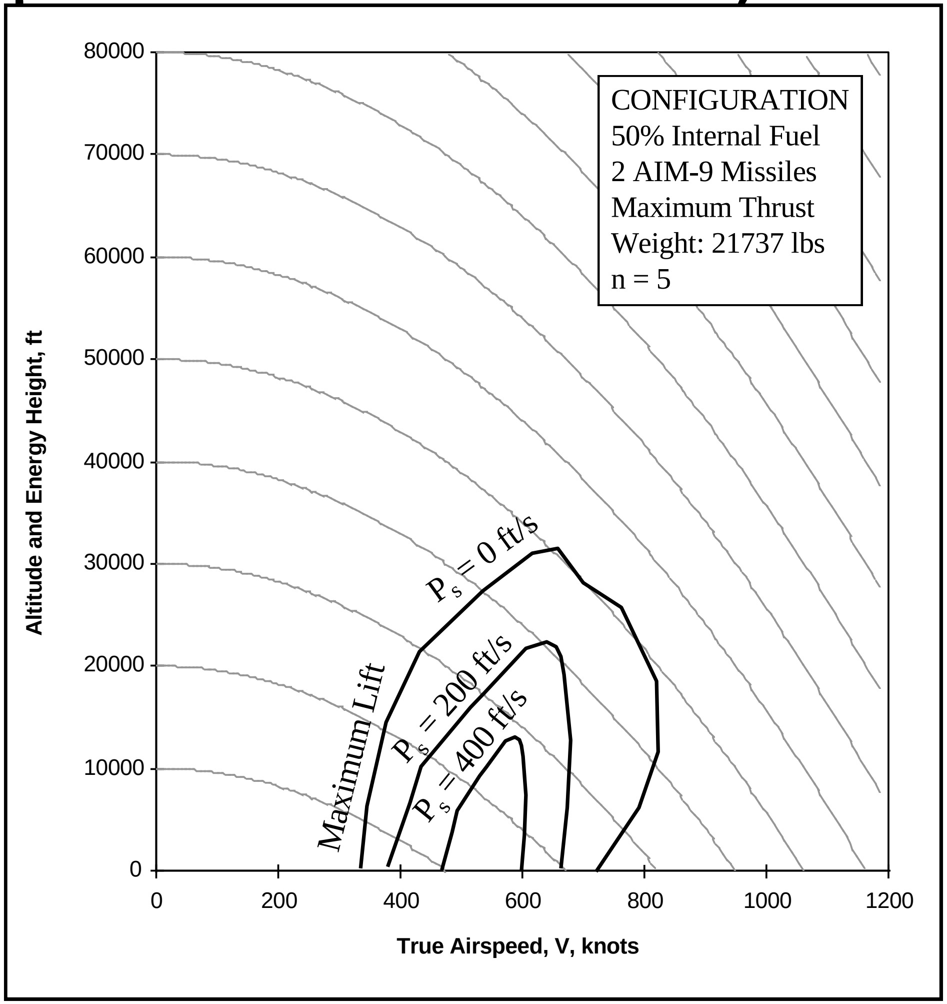
Per ottenere il minimo tempo di salita bisogna massimizzare il climb rate (dHe/dt). Quindi bisogna attraversare ogni energy height curve (curva a costante He) alla massima possibile specific excess power Ps.

Applicazione: Minimum Time to Climb



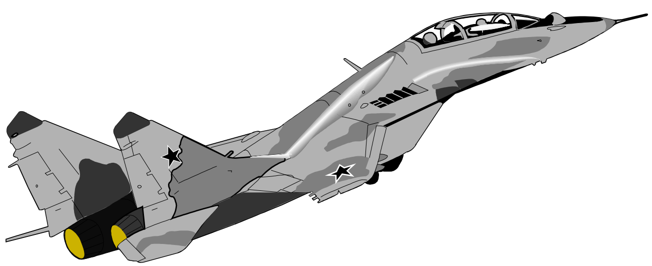
Applicazione:
Maneuvering Ps
(Come cambia il Ps plot in caso di n=5)

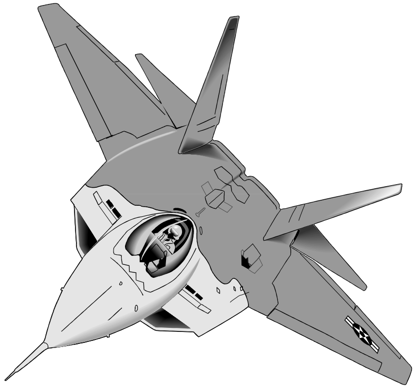


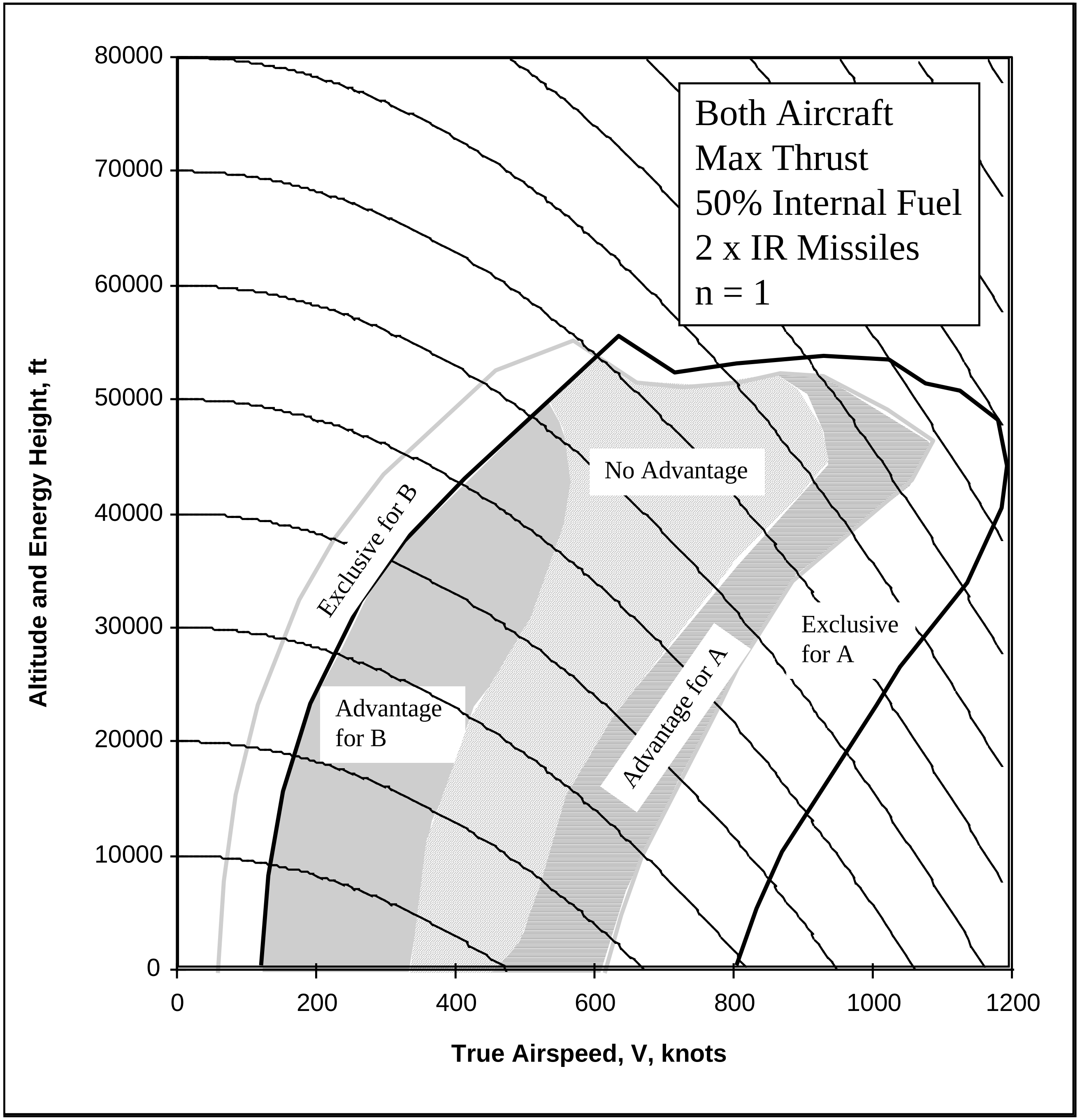


Applicazione: Confronto fra velivoli

- Overlay(Sovrapporre) P_s charts per 2 velivoli
- Determinare chi ha un vantaggio
- Dove può volare e come ad esempio un velivolo vuole combattare.
- Tanti altri fattori da considerare






Both Aircraft
Max Thrust
50% Internal Fuel
2 x IR Missiles
n = 1
No Advantage
Exclusive for B
Advantage for B
Advantage for A
Exclusive for A
Altitude and Energy Height, ft
True Airspeed, V, knots
80000
70000
60000
50000
40000
30000
20000
10000
0
0
200
400
600
800
1000
1200